

# Równania i nierówności

Rozwiązaliśmy już różne równania i nierówności. Teraz będzie tego dalsza część.

Rozwiązaliśmy już różne równania i nierówności. Teraz będzie tego dalsza część. Będziemy ćwiczyli przede wszystkim odpowiednie grupowanie wyrazów i wyciąganie wspólnych czynników przed nawias.

## Przykład 1 - bardzo proste równanie

Rozwiąż następujące równanie:

$$\frac{x}{4} + \frac{1}{3} = \frac{2x - 1}{2}$$

## Przykład 1 - bardzo proste równanie

Rozwiąż następujące równanie:

$$\frac{x}{4} + \frac{1}{3} = \frac{2x - 1}{2}$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

## Przykład 1 - bardzo proste równanie

Rozwiąż następujące równanie:

$$\frac{x}{4} + \frac{1}{3} = \frac{2x - 1}{2}$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

Warto pomnożyć obie strony przez 12, by pozbyć się wszystkich mianowników. Otrzymujemy:

$$3x + 4 = 6(2x - 1)$$

## Przykład 1 - bardzo proste równanie

Rozwiąż następujące równanie:

$$\frac{x}{4} + \frac{1}{3} = \frac{2x - 1}{2}$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

Warto pomnożyć obie strony przez 12, by pozbyć się wszystkich mianowników. Otrzymujemy:

$$3x + 4 = 6(2x - 1)$$

Teraz sprawa jest już bardzo prosta. Wymnażamy nawias. Przenosimy  $x$  na jedną stronę, reszta na drugą. Dzielimy przez 9 i otrzymujemy:  $x = \frac{10}{9}$ .

## Przykład 2 - kolejne proste równanie

Rozwiąż następujące równanie:

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x+2}{3} = \frac{3x-5}{6}$$



## Przykład 2 - kolejne proste równanie

Rozwiąż następujące równanie:

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x+2}{3} = \frac{3x-5}{6}$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

## Przykład 2 - kolejne proste równanie

Rozwiąż następujące równanie:

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x+2}{3} = \frac{3x-5}{6}$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

Tym razem mnożymy przez 6. Otrzymujemy:

## Przykład 2 - kolejne proste równanie

Rozwiąż następujące równanie:

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x+2}{3} = \frac{3x-5}{6}$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

Tym razem mnożymy przez 6. Otrzymujemy:

$$3(x-1) - 2(x+2) = 3x-5$$

## Przykład 2 - kolejne proste równanie

Rozwiąż następujące równanie:

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x+2}{3} = \frac{3x-5}{6}$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

Tym razem mnożymy przez 6. Otrzymujemy:

$$3(x-1) - 2(x+2) = 3x-5$$

Uwaga na znaki! Dalej wymnażamy, przenosimy itd. Otrzymujemy:  
 $x = -1$ .

## Przykład 3

Rozwiąż równanie:

$$\frac{x-2}{x+1} = \frac{x-3}{x-5}$$

## Przykład 3

Rozwiąż równanie:

$$\frac{x-2}{x+1} = \frac{x-3}{x-5}$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R} - \{-1, 5\}$ .

## Przykład 3

Rozwiąż równanie:

$$\frac{x-2}{x+1} = \frac{x-3}{x-5}$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R} - \{-1, 5\}$ .

Mnożymy "na krzyż" (a będąc bardziej precyzyjnym, to mnożymy obie strony przez iloczyn mianowników, czyli  $(x+1)(x-5)$ ). Otrzymujemy:

## Przykład 3

Rozwiąż równanie:

$$\frac{x-2}{x+1} = \frac{x-3}{x-5}$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R} - \{-1, 5\}$ .

Mnożymy "na krzyż" (a będąc bardziej precyzyjnym, to mnożymy obie strony przez iloczyn mianowników, czyli  $(x+1)(x-5)$ ). Otrzymujemy:

$$(x-2)(x-5) = (x+1)(x-3)$$



## Przykład 3

$$(x - 2)(x - 5) = (x + 1)(x - 3)$$

## Przykład 3

$$(x - 2)(x - 5) = (x + 1)(x - 3)$$

Wymnażamy nawiasy:

$$x^2 - 7x + 10 = x^2 - 2x - 3$$

## Przykład 3

$$(x - 2)(x - 5) = (x + 1)(x - 3)$$

Wymnażamy nawiasy:

$$x^2 - 7x + 10 = x^2 - 2x - 3$$

Skracamy  $x^2$  (a dokładniej - odejmujemy od obu stron  $x^2$ ). Dalej już tradycyjnie:  $x$  na jedną stronę itd. Otrzymujemy:  $x = \frac{13}{5}$ .

## Przykład 3

$$(x - 2)(x - 5) = (x + 1)(x - 3)$$

Wymnażamy nawiasy:

$$x^2 - 7x + 10 = x^2 - 2x - 3$$

Skracamy  $x^2$  (a dokładniej - odejmujemy od obu stron  $x^2$ ). Dalej już tradycyjnie:  $x$  na jedną stronę itd. Otrzymujemy:  $x = \frac{13}{5}$ .

Wynik należy do dziedziny, więc będzie rozwiązaniem równania.

## Przykład 4

Rozwiąż równanie:

$$x^2 = 3x$$

## Przykład 4

Rozwiąż równanie:

$$x^2 = 3x$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

## Przykład 4

Rozwiąż równanie:

$$x^2 = 3x$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

Uwaga: nie dzielimy przez  $x$ !!! Dlaczego?

## Przykład 4

Rozwiąż równanie:

$$x^2 = 3x$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

Uwaga: nie dzielimy przez  $x$ !!! Dlaczego? Nie wiemy, czy  $x$  nie jest przypadkiem 0.



## Przykład 4

Rozwiąż równanie:

$$x^2 = 3x$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

Uwaga: nie dzielimy przez  $x$ !!! Dlaczego? Nie wiemy, czy  $x$  nie jest przypadkiem 0.

Przenosimy  $x$  na jedną stronę. Otrzymujemy:

$$x^2 - 3x = 0$$

Wyciągamy  $x$  przed nawias i otrzymujemy:

$$x(x - 3) = 0$$

Czyli  $x = 0$  lub  $x = 3$ .

## Przykład 5

Rozwiąż równanie:

$$2x^2 = 5x$$

## Przykład 5

Rozwiąż równanie:

$$2x^2 = 5x$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

## Przykład 5

Rozwiąż równanie:

$$2x^2 = 5x$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

Przenosimy  $x$  na jedną stronę i wyciągamy  $x$  przed nawias. Otrzymujemy:

$$x(2x - 5) = 0$$

Czyli  $x = 0$  lub  $x = \frac{5}{2}$ .

## Przykład 6

Rozwiąż równanie:

$$2x - 3 = x\sqrt{2} - 1$$

## Przykład 6

Rozwiąż równanie:

$$2x - 3 = x\sqrt{2} - 1$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

## Przykład 6

Rozwiąż równanie:

$$2x - 3 = x\sqrt{2} - 1$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

Po tradycyjnym przeniesieniu na jedną stronę  $x$  dostajemy:

## Przykład 6

Rozwiąż równanie:

$$2x - 3 = x\sqrt{2} - 1$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

Po tradycyjnym przeniesieniu na jedną stronę  $x$  dostajemy:

$$2x - x\sqrt{2} = 2$$



## Przykład 6

Rozwiąż równanie:

$$2x - 3 = x\sqrt{2} - 1$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

Po tradycyjnym przeniesieniu na jedną stronę  $x$  dostajemy:

$$2x - x\sqrt{2} = 2$$

Musimy wyciągnąć  $x$  przed nawias:

$$x(2 - \sqrt{2}) = 2$$

## Przykład 6

Rozwiąż równanie:

$$2x - 3 = x\sqrt{2} - 1$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

Po tradycyjnym przeniesieniu na jedną stronę  $x$  dostajemy:

$$2x - x\sqrt{2} = 2$$

Musimy wyciągnąć  $x$  przed nawias:

$$x(2 - \sqrt{2}) = 2$$

Czyli:

$$x = \frac{2}{2 - \sqrt{2}}$$

## Przykład 6

$$x = \frac{2}{2 - \sqrt{2}}$$

## Przykład 6

$$x = \frac{2}{2 - \sqrt{2}}$$

Wypada jeszcze usunąć niewymierność z mianownika:

## Przykład 6

$$x = \frac{2}{2 - \sqrt{2}}$$

Wypada jeszcze usunąć niewymierność z mianownika:

$$x = \frac{2}{2 - \sqrt{2}} = \frac{2}{2 - \sqrt{2}} \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} = \frac{2(2 + \sqrt{2})}{4 - 2} = 2 + \sqrt{2}$$

## Przykład 7 - prosta nierówność

Rozwiąż nierówność:

$$\frac{x-2}{3} - \frac{2x-5}{2} > 4$$

## Przykład 7 - prosta nierówność

Rozwiąż nierówność:

$$\frac{x-2}{3} - \frac{2x-5}{2} > 4$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ .

## Przykład 7 - prosta nierówność

Rozwiąż nierówność:

$$\frac{x-2}{3} - \frac{2x-5}{2} > 4$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ . Mnożymy obie strony przez 6, otrzymujemy:

$$2(x-2) - 3(2x-5) > 24$$



## Przykład 7 - prosta nierówność

Rozwiąż nierówność:

$$\frac{x-2}{3} - \frac{2x-5}{2} > 4$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ . Mnożymy obie strony przez 6, otrzymujemy:

$$2(x-2) - 3(2x-5) > 24$$

Czyli:

$$2x - 4 - 6x + 15 > 24$$

## Przykład 7 - prosta nierówność

Rozwiąż nierówność:

$$\frac{x-2}{3} - \frac{2x-5}{2} > 4$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ . Mnożymy obie strony przez 6, otrzymujemy:

$$2(x-2) - 3(2x-5) > 24$$

Czyli:

$$2x - 4 - 6x + 15 > 24$$

Czyli:

$$-4x > 13$$

## Przykład 7 - prosta nierówność

Rozwiąż nierówność:

$$\frac{x-2}{3} - \frac{2x-5}{2} > 4$$

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ . Mnożymy obie strony przez 6, otrzymujemy:

$$2(x-2) - 3(2x-5) > 24$$

Czyli:

$$2x - 4 - 6x + 15 > 24$$

Czyli:

$$-4x > 13$$

Ostatecznie otrzymujemy  $x < -\frac{13}{4}$ , czyli  $x \in (-\infty, -\frac{13}{4})$

# Nierówności

Uwaga: mnożąc lub dzieląc obie strony nierówności przez liczbę ujemną zmieniamy jej zwrot na przeciwny!

Na wejściówkę trzeba umieć rozwiązać równania i nierówności podobne do powyższych.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na [T.J.Lechowski@gmail.com](mailto:T.J.Lechowski@gmail.com).