Jedynka trygonometryczna

Musimy umieć zastosować jedynkę trygonometryczną do obliczenia wartości funkcji trygonometrycznych, gdy mamy daną jedną z nich.

Na następnych slajdach omówione zostaną przykłady zastosowania jedynki trygonometrycznej

Jedynka trygonometryczna

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Jedynka trygonometryczna

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

Równość ta jest prawdziwa dla dowolnego kąta α.

Znaki funkcji trygonometrycznych

	I	II	III	IV
sin	$+$	$+$	$-$	$-$
cos	$+$	$-$	$-$	$+$
tg	$+$	$-$	$+$	$-$
ctg	$+$	$-$	$+$	$-$

Znaki funkcji trygonometrycznych

Poezja matematyczna:

Znaki funkcji trygonometrycznych

Poezja matematyczna:

W pierwszej wszystkie są dodatnie, w drugiej tylko sinus, w trzeciej tangens i cotangens, a w czwartej cosinus.

Zadanie 1

Wiedząc, że $\sin\alpha = \frac{1}{4}$ oraz, że α jest kątem rozwartym, oblicz wartości pozostałych funkcji matematycznych.

Zadanie 1

Wiedząc, że $\sin\alpha = \frac{1}{4}$ oraz, że α jest kątem rozwartym, oblicz wartości pozostałych funkcji matematycznych.

α jest kątem rozwartym, czyli $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$, jest w drugiej ćwiartce.

Zadanie 1

Wiedząc, że $\sin\alpha = \frac{1}{4}$ oraz, że α jest kątem rozwartym, oblicz wartości pozostałych funkcji matematycznych.

α jest kątem rozwartym, czyli $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$, jest w drugiej ćwiartce.

$\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha < 0$, $\operatorname{tg}\alpha < 0$ i $\operatorname{ctg}\alpha < 0$.

Zadanie 1

Wiedząc, że $\sin\alpha = \frac{1}{4}$ oraz, że α jest kątem rozwartym, oblicz wartości pozostałych funkcji matematycznych.

α jest kątem rozwartym, czyli $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$, jest w drugiej ćwiartce.

$\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha < 0$, $\operatorname{tg}\alpha < 0$ i $\operatorname{ctg}\alpha < 0$.

Korzystamy z jedynki trygonometrycznej:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1$$

czyli

Zadanie 1

Wiedząc, że $\sin\alpha = \frac{1}{4}$ oraz, że α jest kątem rozwartym, oblicz wartości pozostałych funkcji matematycznych.

α jest kątem rozwartym, czyli $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$, jest w drugiej ćwiartce.

$\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha < 0$, $\operatorname{tg}\alpha < 0$ i $\operatorname{ctg}\alpha < 0$.

Korzystamy z jedynki trygonometrycznej:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1$$

czyli

$$\cos^2\alpha = \frac{15}{16}$$

Zadanie 1

$$\cos^2\alpha = \frac{15}{16}$$

ma dwa rozwiązania

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} \qquad \vee \qquad \cos\alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

Zadanie 1

$$\cos^2 \alpha = \frac{15}{16}$$

ma dwa rozwiązania

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} \quad \vee \quad \cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

Ponieważ wiemy, że jesteśmy w II ćwiartce, czyli *cosinus* musi być ujemny, to wnioskujemy, że:

$$\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

Zadanie 1

Tangens obliczamy pamiętając, że $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

Zadanie 1

Tangens obliczamy pamiętając, że $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ Czyli

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{1}{4}}{-\frac{\sqrt{15}}{4}} = -\frac{1}{\sqrt{15}} = -\frac{\sqrt{15}}{15}$$

cotangens to odwrotność *tangensa*, czyli:

$$\operatorname{ctg}\alpha = -\sqrt{15}$$

Zadanie 2

Wiedząc, że $\operatorname{tg} \alpha = 3$ oraz, że $\alpha \in (180^\circ, 270^\circ)$, oblicz wartości pozostałych funkcji matematycznych.

Zadanie 2

Wiedząc, że $\operatorname{tg}\alpha = 3$ oraz, że $\alpha \in (180^\circ, 270^\circ)$, oblicz wartości pozostałych funkcji matematycznych.

α jest w trzeciej ćwiartce, czyli:

Zadanie 2

Wiedząc, że $\operatorname{tg}\alpha = 3$ oraz, że $\alpha \in (180^\circ, 270^\circ)$, oblicz wartości pozostałych funkcji matematycznych.

α jest w trzeciej ćwiartce, czyli:

$\sin\alpha < 0$, $\cos\alpha < 0$, $\operatorname{tg}\alpha > 0$ i $\operatorname{ctg}\alpha > 0$.

Zadanie 2

Wiedząc, że $\operatorname{tg} \alpha = 3$ oraz, że $\alpha \in (180^\circ, 270^\circ)$, oblicz wartości pozostałych funkcji matematycznych.

α jest w trzeciej ćwiartce, czyli:

$\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha < 0$, $\operatorname{tg} \alpha > 0$ i $\operatorname{ctg} \alpha > 0$.

Korzystamy ze wzoru:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

czyli

Zadanie 2

Wiedząc, że $\operatorname{tg} \alpha = 3$ oraz, że $\alpha \in (180^\circ, 270^\circ)$, oblicz wartości pozostałych funkcji matematycznych.

α jest w trzeciej ćwiartce, czyli:

$\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha < 0$, $\operatorname{tg} \alpha > 0$ i $\operatorname{ctg} \alpha > 0$.

Korzystamy ze wzoru:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

czyli

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 3$$

czyli

Zadanie 2

Wiedząc, że $\operatorname{tg}\alpha = 3$ oraz, że $\alpha \in (180^\circ, 270^\circ)$, oblicz wartości pozostałych funkcji matematycznych.

α jest w trzeciej ćwiartce, czyli:

$\sin\alpha < 0$, $\cos\alpha < 0$, $\operatorname{tg}\alpha > 0$ i $\operatorname{ctg}\alpha > 0$.

Korzystamy ze wzoru:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

czyli

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 3$$

czyli

$$\sin\alpha = 3\cos\alpha$$

Zadanie 2

Teraz wykorzystamy jedynkę trygonometryczną i podstawimy $\sin\alpha = 3\cos\alpha$:

Zadanie 2

Teraz wykorzystamy jedynkę trygonometryczną i podstawimy $\sin\alpha = 3\cos\alpha$:

$$(3\cos\alpha)^2 + \cos^2\alpha = 1$$

Dochodzimy do równania:

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{10}$$

Zadanie 2

Teraz wykorzystamy jedynkę trygonometryczną i podstawimy $\sin\alpha = 3\cos\alpha$:

$$(3\cos\alpha)^2 + \cos^2\alpha = 1$$

Dochodzimy do równania:

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{10}$$

To równanie ma dwa rozwiązania:

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{10}}{10} \qquad \vee \qquad \cos\alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

Zadanie 2

Teraz wykorzystamy jedynkę trygonometryczną i podstawimy $\sin\alpha = 3\cos\alpha$:

$$(3\cos\alpha)^2 + \cos^2\alpha = 1$$

Dochodzimy do równania:

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{10}$$

To równanie ma dwa rozwiązania:

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{10}}{10} \qquad \vee \qquad \cos\alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

Wiemy, że *cosinus* ma być ujemny, czyli:

$$\cos\alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

Zadanie 3

Pozostałe funkcje trygonometryczne, to już prosta sprawa:

$$\sin\alpha = 3\cos\alpha = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$$

Zadanie 3

Pozostałe funkcje trygonometryczne, to już prosta sprawa:

$$\sin\alpha = 3\cos\alpha = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{1}{3}$$

Zadanie

Na wejściówce będą zadania podobne do powyższych.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.