

Liczby wymierne i niewymierne

Musimy umieć:

- porównać wielkość dwóch liczb,
- zamienić ułamek na rozwinięcie dziesiętne i *vice versa*,
- znaleźć liczbę wymierną/niewymierną pomiędzy dwoma liczbami wymiernymi/niewymiernymi.

Przykład 1 - prównywanie liczb

Uporządkuj następujące liczby rosnąco:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{7}, \frac{7}{15}, \frac{2}{5}, \frac{5}{14}, \frac{10}{21}$$

Przykład 1 - prównywanie liczb

Uporządkuj następujące liczby rosnąco:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{7}, \frac{7}{15}, \frac{2}{5}, \frac{5}{14}, \frac{10}{21}$$

Zacniemy od sprowadzenia wszystkich liczb do wspólnego mianownika. W tym celu trzeba znaleźć najmniejszą wspólną wielokrotność mianowników.

Przykład 1 - prównywanie liczb

Uporządkuj następujące liczby rosnąco:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{7}, \frac{7}{15}, \frac{2}{5}, \frac{5}{14}, \frac{10}{21}$$

Zacniemy od sprowadzenia wszystkich liczb do wspólnego mianownika. W tym celu trzeba znaleźć najmniejszą wspólną wielokrotność mianowników. Będzie to 210.

Przykład 1 - prównywanie liczb

Uporządkuj następujące liczby rosnąco:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{7}, \frac{7}{15}, \frac{2}{5}, \frac{5}{14}, \frac{10}{21}$$

Zacniemy od sprowadzenia wszystkich liczb do wspólnego mianownika. W tym celu trzeba znaleźć najmniejszą wspólną wielokrotność mianowników. Będzie to 210.

Otrzymujemy:

$$\frac{105}{210}, \frac{90}{210}, \frac{98}{210}, \frac{84}{210}, \frac{75}{210}, \frac{100}{210}$$

Przykład 1 - prównywanie liczb

Możemy teraz porównać liczniki, by ustalić kolejność:

$$\frac{75}{210} < \frac{84}{210} < \frac{90}{210} < \frac{98}{210} < \frac{100}{210} < \frac{105}{210}$$

Przykład 1 - prównywanie liczb

Możemy teraz porównać liczniki, by ustalić kolejność:

$$\frac{75}{210} < \frac{84}{210} < \frac{90}{210} < \frac{98}{210} < \frac{100}{210} < \frac{105}{210}$$

Czyli:

$$\frac{5}{14} < \frac{2}{5} < \frac{3}{7} < \frac{7}{15} < \frac{10}{21} < \frac{1}{2}$$

Przykład 2 - liczby niewymierne

Znajdź dolną i górną granicę przybliżenia $\sqrt{2}$ do jednego miejsca po przecinku.

Przykład 2 - liczby niewymierne

Znajdź dolną i górną granicę przybliżenia $\sqrt{2}$ do jednego miejsca po przecinku.

Z definicji pierwiastka, liczba $\sqrt{2}$ to taka nieujemna liczba x , że $x^2 = 2$.

Przykład 2 - liczby niewymierne

Znajdź dolną i górną granicę przybliżenia $\sqrt{2}$ do jednego miejsca po przecinku.

Z definicji pierwiastka, liczba $\sqrt{2}$ to taka nieujemna liczba x , że $x^2 = 2$.

Wiemy, że $1^2 = 1$, a $2^2 = 4$, więc $\sqrt{2}$ będzie między 1 a 2

Przykład 2 - liczby niewymierne

Znajdź dolną i górną granicę przybliżenia $\sqrt{2}$ do jednego miejsca po przecinku.

Z definicji pierwiastka, liczba $\sqrt{2}$ to taka nieujemna liczba x , że $x^2 = 2$.

Wiemy, że $1^2 = 1$, a $2^2 = 4$, więc $\sqrt{2}$ będzie między 1 a 2 (gdyż $(\sqrt{2})^2$ ma dać 2, czyli liczbę między 1 a 4).

Przykład 2 - liczby niewymierne

Znajdź dolną i górną granicę przybliżenia $\sqrt{2}$ do jednego miejsca po przecinku.

Z definicji pierwiastka, liczba $\sqrt{2}$ to taka nieujemna liczba x , że $x^2 = 2$.

Wiemy, że $1^2 = 1$, a $2^2 = 4$, więc $\sqrt{2}$ będzie między 1 a 2 (gdyż $(\sqrt{2})^2$ ma dać 2, czyli liczbę między 1 a 4).

Sprawdzamy dalej $1.2^2 = 1.44$, $1.3^2 = 1.69$, $1.4^2 = 1.96$, $1.5^2 = 2.25$.
Czyli $\sqrt{2}$ jest pomiędzy 1.4 i 1.5.

$$\sqrt{2} \in (1.4, 1.5)$$

Przykład 3 - liczby niewymierne

Znajdź dolną i górną granicę przybliżenia $\sqrt{11}$ do jednego miejsca po przecinku.

Przykład 3 - liczby niewymierne

Znajdź dolną i górną granicę przybliżenia $\sqrt{11}$ do jednego miejsca po przecinku.

Wiemy, że $3^2 = 9$, a $4^2 = 16$, więc $\sqrt{11}$ będzie między 3 a 4.

Przykład 3 - liczby niewymierne

Znajdź dolną i górną granicę przybliżenia $\sqrt{11}$ do jednego miejsca po przecinku.

Wiemy, że $3^2 = 9$, a $4^2 = 16$, więc $\sqrt{11}$ będzie między 3 a 4.

Sprawdzamy dalej $3.2^2 = 10.24$, $3.3^2 = 10.89$, $3.4^2 = 11.56$. Czyli $\sqrt{11}$ jest pomiędzy 3.3 i 3.4.

$$\sqrt{11} \in (3.3, 3.4)$$

Przykład 4 - liczby wymierne z danego przedziału

Podaj przykład liczby wymiernej x takiej, że:

$$\frac{2}{7} < x < \frac{3}{7}$$

Przykład 4 - liczby wymierne z danego przedziału

Podaj przykład liczby wymiernej x takiej, że:

$$\frac{2}{7} < x < \frac{3}{7}$$

Zamieniamy granice tak, by liczniki różniły się o przynajmniej 2 (gdyż chcemy zmieścić tam jedną liczbę całkowitą).

Przykład 4 - liczby wymierne z danego przedziału

Podaj przykład liczby wymiernej x takiej, że:

$$\frac{2}{7} < x < \frac{3}{7}$$

Zamieniamy granice tak, by liczniki różniły się o przynajmniej 2 (gdyż chcemy zmieścić tam jedną liczbę całkowitą).

$$\frac{4}{14} < x < \frac{6}{14}$$

Przykład 4 - liczby wymierne z danego przedziału

Podaj przykład liczby wymiernej x takiej, że:

$$\frac{2}{7} < x < \frac{3}{7}$$

Zamieniamy granice tak, by liczniki różniły się o przynajmniej 2 (gdyż chcemy zmieścić tam jedną liczbę całkowitą).

$$\frac{4}{14} < x < \frac{6}{14}$$

Przykładem liczby spełniającej nierówność będzie $x = \frac{5}{14}$.

Przykład 5 - liczby wymierne z danego przedziału

Podaj przykład trzech liczb wymiernych x, y, z takich, że:

$$\frac{3}{11} < x < y < z < \frac{4}{11}$$

Przykład 5 - liczby wymierne z danego przedziału

Podaj przykład trzech liczb wymiernych x, y, z takich, że:

$$\frac{3}{11} < x < y < z < \frac{4}{11}$$

Zamieniamy granice tak, by liczniki różniły się o przynajmniej 4 (gdyż chcemy zmieścić tam trzy liczby całkowite).

Przykład 5 - liczby wymierne z danego przedziału

Podaj przykład trzech liczb wymiernych x, y, z takich, że:

$$\frac{3}{11} < x < y < z < \frac{4}{11}$$

Zamieniamy granice tak, by liczniki różniły się o przynajmniej 4 (gdyż chcemy zmieścić tam trzy liczby całkowite).

$$\frac{12}{44} < x < y < z < \frac{16}{44}$$

Przykład 5 - liczby wymierne z danego przedziału

Podaj przykład trzech liczb wymiernych x, y, z takich, że:

$$\frac{3}{11} < x < y < z < \frac{4}{11}$$

Zamieniamy granice tak, by liczniki różniły się o przynajmniej 4 (gdyż chcemy zmieścić tam trzy liczby całkowite).

$$\frac{12}{44} < x < y < z < \frac{16}{44}$$

Przykładem liczb spełniających nierówność będą $x = \frac{13}{44}$, $y = \frac{14}{44} = \frac{7}{22}$,
 $z = \frac{15}{44}$.

Przykład 6 - liczby niewymierne z danego przedziału

Podaj przykład trzech liczb niewymiernych x, y, z spełniających nierówność:

$$8 < x < y < z < 9$$

Przykład 6 - liczby niewymierne z danego przedziału

Podaj przykład trzech liczb niewymiernych x, y, z spełniających nierówność:

$$8 < x < y < z < 9$$

Wszystkie liczby są dodatnie

Przykład 6 - liczby niewymierne z danego przedziału

Podaj przykład trzech liczb niewymiernych x, y, z spełniających nierówność:

$$8 < x < y < z < 9$$

Wszystkie liczby są dodatnie (zastanów się, dlaczego to jest ważne),

Przykład 6 - liczby niewymierne z danego przedziału

Podaj przykład trzech liczb niewymiernych x, y, z spełniających nierówność:

$$8 < x < y < z < 9$$

Wszystkie liczby są dodatnie (zastanów się, dlaczego to jest ważne), więc możemy zapisać:

$$64 < x^2 < y^2 < z^2 < 81$$

Przykład 6 - liczby niewymierne z danego przedziału

Podaj przykład trzech liczb niewymiernych x, y, z spełniających nierówność:

$$8 < x < y < z < 9$$

Wszystkie liczby są dodatnie (zastanów się, dlaczego to jest ważne), więc możemy zapisać:

$$64 < x^2 < y^2 < z^2 < 81$$

Teraz możemy wybrać liczby. Na przykład $x^2 = 65$, czyli $x = \sqrt{65}$, $y^2 = 71$, czyli $y = \sqrt{71}$, $z^2 = 79$, czyli $z = \sqrt{79}$.

Przykład 6 - liczby niewymierne z danego przedziału

Podaj przykład trzech liczb niewymiernych x, y, z spełniających nierówność:

$$8 < x < y < z < 9$$

Wszystkie liczby są dodatnie (zastanów się, dlaczego to jest ważne), więc możemy zapisać:

$$64 < x^2 < y^2 < z^2 < 81$$

Teraz możemy wybrać liczby. Na przykład $x^2 = 65$, czyli $x = \sqrt{65}$, $y^2 = 71$, czyli $y = \sqrt{71}$, $z^2 = 79$, czyli $z = \sqrt{79}$. Oczywiście można było dokonać innego wyboru.

Zastanów się jaki warunek musi spełniać liczba wymierna postaci $\frac{p}{q}$, by jej rozwinięcie dziesiętne było skończone.

Na wejściówkę trzeba porównać wielkości liczb i zapisać liczby wymierne/niewymierne z danego przedziału.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.