

Wzory redukcyjne

Znamy już wartości funkcji \sin , \cos , tg , ctg dla kątów 30° , 45° i 60° . Teraz musimy umieć zastosować wzory redukcyjne, by obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kątów, które dają się zredukować do 30° , 45° lub 60° .

Na następnych slajdach omówione zostaną 3 przykłady obliczania wartości trygonometrycznych takich kątów.

Wzory redukcyjne

Spróbujcie myśleć o każdym wzorze z perspektywy okręgu jednostkowego.

Wzory redukcyjne

Okresowość:

- $\sin(\alpha + 360^\circ) = \sin \alpha,$
- $\cos(\alpha + 360^\circ) = \cos \alpha,$
- $\operatorname{tg}(\alpha + 180^\circ) = \operatorname{tg} \alpha,$
- $\operatorname{ctg}(\alpha + 180^\circ) = \operatorname{ctg} \alpha,$

Wzory redukcyjne

Dopełnienie do kąta pełnego:

- $\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin \alpha,$
- $\cos(360^\circ - \alpha) = \cos \alpha,$
- $\operatorname{tg}(360^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha,$
- $\operatorname{ctg}(360^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha,$

Wzory redukcyjne

Dopełnienie do kąta półpełnego:

- $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha,$
- $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha,$
- $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha,$
- $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha,$

Wzory redukcyjne

Parzystość i nieparzystość:

- $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$,
- $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$,
- $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$,
- $\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$,

Wzory redukcyjne

Kofunkcje:

- $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$,
- $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$,
- $\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha$,
- $\operatorname{ctg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$,

Wzory redukcyjne

Uwaga: zawsze musimy się upewnić, czy dana funkcja trygonometryczna jest dla danego kąta zdefiniowana - więcej o tym na zajęciach.

Przykład 1

Oblicz $\sin 990^\circ$.

Przykład 1

Oblicz $\sin 990^\circ$.

$$\sin 1020^\circ = \sin 300^\circ = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Przykład 1

Oblicz $\sin 990^\circ$.

$$\sin 1020^\circ = \sin 300^\circ = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Pierwsza równość bierze się z okresowości (odejmujemy 360° dwukrotnie),

Przykład 1

Oblicz $\sin 990^\circ$.

$$\sin 1020^\circ = \sin 300^\circ = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Pierwsza równość bierze się z okresowości (odejmujemy 360° dwukrotnie), druga z dopełnienia do kąta pełnego.

Przykład 2

Oblicz $\cos(-570^\circ)$.

Przykład 2

Oblicz $\cos(-570^\circ)$.

$$\cos(-570^\circ) = \cos 150^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Przykład 2

Oblicz $\cos(-570^\circ)$.

$$\cos(-570^\circ) = \cos 150^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Pierwsza równość bierze się z okresowości (dodajemy 360° dwukrotnie),

Przykład 2

Oblicz $\cos(-570^\circ)$.

$$\cos(-570^\circ) = \cos 150^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Pierwsza równość bierze się z okresowości (dodajemy 360° dwukrotnie), druga z dopełnienia do kąta półpełnego.

Przykład 3

Oblicz $\operatorname{tg}(-405^\circ)$.

Przykład 3

Oblicz $\operatorname{tg}(-405^\circ)$.

$$\operatorname{tg}(-405^\circ) = \operatorname{tg} 135^\circ = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1$$

Przykład 3

Oblicz $\operatorname{tg}(-405^\circ)$.

$$\operatorname{tg}(-405^\circ) = \operatorname{tg} 135^\circ = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1$$

Pierwsza równość bierze się z okresowości (dodajemy 180° trzykrotnie),

Przykład 3

Oblicz $\operatorname{tg}(-405^\circ)$.

$$\operatorname{tg}(-405^\circ) = \operatorname{tg} 135^\circ = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1$$

Pierwsza równość bierze się z okresowości (dodajemy 180° trzykrotnie), druga z dopełnienia do kąta półpełnego.

Wejściówka

Na wejściówce będzie trzeba obliczyć wartości funkcji trygonometrycznej stosując wzory redukcyjne.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.