Wartość bezwzględna

Musimy umieć rozwiązać proste nierówności z wartością bezwględną.

Definicja

$|a - b|$ oznacza odległość a od b.

Definicja

$|a-b|$ oznacza odległość a od b.

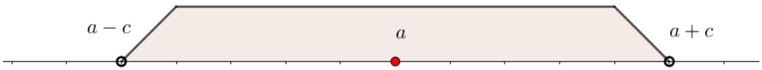
Konsekwencje:

- $|a-b| \geqslant 0$ - czyli odległość między dwoma punktatmi (na osi liczbowej) nie może być ujemna,
- $|a-b| = |b-a|$ - odległość a od b jest taka sama jak b od a,
- $|a-b| \leqslant |a-c| + |c-b|$ odległość a od b jest nie większa niż suma odległości a od c i c od b.

Nierówności postaci

$$|x - a| < c$$

oznaczają, że odległość x od a ma być mniejsza od c. Czyli



$x \in (a - c, a + c)$

W praktyce rozwiązujemy je następująco:

$$|x - a| < c$$

W praktyce rozwiązujemy je następująco:

$$|x-a|<c$$

$$x-a>-c \qquad \wedge \qquad x-a<c$$

W praktyce rozwiązujemy je następująco:

$$|x - a| < c$$

$$x - a > -c \qquad \wedge \qquad x - a < c$$

Czyli:

$$x > a - c \qquad \wedge \qquad x < a + c$$

W praktyce rozwiązujemy je następująco:

$$|x - a| < c$$

$$x - a > -c \qquad \wedge \qquad x - a < c$$

Czyli:

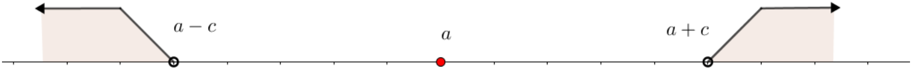
$$x > a - c \qquad \wedge \qquad x < a + c$$

Ostatecznie otrzymujemy: $x \in (a - c, a + c)$

Nierówności postaci

$$|x - a| > c$$

oznaczają, że odległość x od a ma być większa od c. Czyli



$x \in (-\infty, a - c) \cup (a + c, \infty)$

W praktyce rozwiązujemy je następująco:

$$|x - a| > c$$

W praktyce rozwiązujemy je następująco:

$$|x-a|>c$$

$$x-a<-c \qquad \vee \qquad x-a>c$$

W praktyce rozwiązujemy je następująco:

$$|x-a|>c$$

$$x-a<-c \qquad \vee \qquad x-a>c$$

Czyli:

$$x<a-c \qquad \vee \qquad x>a+c$$

W praktyce rozwiązujemy je następująco:

$$|x-a|>c$$

$$x-a<-c \qquad \vee \qquad x-a>c$$

Czyli:

$$x<a-c \qquad \vee \qquad x>a+c$$

Ostatecznie otrzymujemy: $x \in (-\infty, a-c) \cup (a+c, \infty)$

Przykłady 1

Rozwiążmy $|x| < 3$.

Przykłady 1

Rozwiążmy $|x| < 3$. Zapiszmy tę nierówność jako $|x - 0| < 3$, czyli odległość x od 0 musi być mniejsza od 3. Czyli

$$x > -3 \qquad \wedge \qquad x < 3$$

Przykłady 1

Rozwiążmy $|x| < 3$. Zapiszmy tę nierówność jako $|x - 0| < 3$, czyli odległość x od 0 musi być mniejsza od 3. Czyli

$$x > -3 \qquad \wedge \qquad x < 3$$

Rozwiązanie: $x \in (-3, 3)$

Przykłady 2

Rozwiążmy $|x-1|<2$.

Przykłady 2

Rozwiążmy $|x-1|<2$. Odległość x od 1 musi być mniejsza od 2.

Algebraicznie rozwiązujemy następująco:

$$x-1>-2 \qquad \wedge \qquad x-1<2$$

Przykłady 2

Rozwiążmy $|x - 1| < 2$. Odległość x od 1 musi być mniejsza od 2.

Algebraicznie rozwiązujemy następująco:

$$x - 1 > -2 \qquad \wedge \qquad x - 1 < 2$$

$$x > -1 \qquad \wedge \qquad x < 3$$

Przykłady 2

Rozwiążmy $|x-1|<2$. Odległość x od 1 musi być mniejsza od 2.

Algebraicznie rozwiązujemy następująco:

$$x-1>-2 \qquad \wedge \qquad x-1<2$$

$$x>-1 \qquad \wedge \qquad x<3$$

Rozwiązanie: $x \in (-1,3)$

Przykłady 3

Rozwiążmy $|2x - 5| < 4$.

Przykłady 3

Rozwiążmy $|2x - 5| < 4$. Odległość $2x$ od 5 musi być mniejsza od 4.

Algebraicznie:

$$2x - 5 > -4 \qquad \wedge \qquad 2x - 5 < 4$$

Przykłady 3

Rozwiążmy $|2x - 5| < 4$. Odległość $2x$ od 5 musi być mniejsza od 4.

Algebraicznie:

$$2x - 5 > -4 \qquad \wedge \qquad 2x - 5 < 4$$

$$x > 0.5 \qquad \wedge \qquad x < 4.5$$

Przykłady 3

Rozwiążmy $|2x-5|<4$. Odległość $2x$ od 5 musi być mniejsza od 4.

Algebraicznie:

$$2x-5>-4 \qquad \wedge \qquad 2x-5<4$$

$$x>0.5 \qquad \wedge \qquad x<4.5$$

Rozwiązanie: $x \in (0.5, 4.5)$

Przykłady 4

Rozwiążmy $|x+7| < 2$.

Przykłady 4

Rozwiążmy $|x+7|<2$. Odległość x od -7 musi być mniejsza od 2.

Algebraicznie:

$$x+7>-2 \qquad \wedge \qquad x+7<2$$

Przykłady 4

Rozwiążmy $|x+7| < 2$. Odległość x od -7 musi być mniejsza od 2.

Algebraicznie:

$$x + 7 > -2 \qquad \wedge \qquad x + 7 < 2$$

$$x > -9 \qquad \wedge \qquad x < -5$$

Przykłady 4

Rozwiążmy $|x+7|<2$. Odległość x od -7 musi być mniejsza od 2.

Algebraicznie:

$$x+7>-2 \qquad \wedge \qquad x+7<2$$

$$x>-9 \qquad \wedge \qquad x<-5$$

Rozwiązanie: $x \in (-9,-5)$

Przykłady 5

Rozwiążmy $|x-3| > 4$.

Przykłady 5

Rozwiążmy $|x-3|>4$. Odległość x od 3 musi być większa od 4.

Algebraicznie:

$$x-3<-4 \qquad \vee \qquad x-3>4$$

Przykłady 5

Rozwiążmy $|x-3|>4$. Odległość x od 3 musi być większa od 4.

Algebraicznie:

$$x-3<-4 \qquad \vee \qquad x-3>4$$

$$x<-1 \qquad \vee \qquad x>7$$

Przykłady 5

Rozwiążmy $|x-3| > 4$. Odległość x od 3 musi być większa od 4.

Algebraicznie:

$$x - 3 < -4 \qquad \vee \qquad x - 3 > 4$$

$$x < -1 \qquad \vee \qquad x > 7$$

Rozwiązanie: $x \in (-\infty, -1) \cup (7, \infty)$

Przykłady 6

Rozwiążmy $|x+1| > 8$.

Przykłady 6

Rozwiążmy $|x+1| > 8$. Odległość x od -1 musi być większa od 8.

Algebraicznie:

$$x + 1 < -8 \qquad \vee \qquad x + 1 > 8$$

Przykłady 6

Rozwiążmy $|x+1| > 8$. Odległość x od -1 musi być większa od 8.

Algebraicznie:

$$x + 1 < -8 \qquad \vee \qquad x + 1 > 8$$

$$x < -9 \qquad \vee \qquad x > 7$$

Przykłady 6

Rozwiążmy $|x+1| > 8$. Odległość x od -1 musi być większa od 8.

Algebraicznie:

$$x+1 < -8 \qquad \vee \qquad x+1 > 8$$

$$x < -9 \qquad \vee \qquad x > 7$$

Rozwiązanie: $x \in (-\infty, -9) \cup (7, \infty)$

Przykłady 7

Rozwiążmy $|4+5| > 1$.

Przykłady 7

Rozwiążmy $|4+5| > 1$. Odległość $4x$ od -5 musi być większa od 1.

Algebraicznie:

$$4x + 5 < -1 \qquad \vee \qquad 4x + 5 > 1$$

Przykłady 7

Rozwiążmy $|4+5| > 1$. Odległość $4x$ od -5 musi być większa od 1.

Algebraicznie:

$$4x + 5 < -1 \qquad \vee \qquad 4x + 5 > 1$$

$$x < -1.5 \qquad \vee \qquad x > -1$$

Przykłady 7

Rozwiążmy $|4 + 5| > 1$. Odległość $4x$ od -5 musi być większa od 1.

Algebraicznie:

$$4x + 5 < -1 \qquad \vee \qquad 4x + 5 > 1$$

$$x < -1.5 \qquad \vee \qquad x > -1$$

Rozwiązanie: $x \in (-\infty, -1.5) \cup (-1, \infty)$

Na wejściówkę trzeba umieć rozwiązać proste nierówności z wartością bezwględną.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.