

# Liczby naturalne i liczby całkowite

Musimy umieć zapisać ogólną postać danej liczby na podstawie informacji o podzielności tej liczby.

## Przykład 1 - parzyste, nieparzyste

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

- a)  $x$  jest liczbą parzystą.

## Przykład 1 - parzyste, nieparzyste

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

a)  $x$  jest liczbą parzystą.

$$x = 2k \quad k \in \mathbb{Z}$$

## Przykład 1 - parzyste, nieparzyste

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

a)  $x$  jest liczbą parzystą.

$$x = 2k \quad k \in \mathbb{Z}$$

b)  $x$  jest liczbą nieparzystą.

## Przykład 1 - parzyste, nieparzyste

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

a)  $x$  jest liczbą parzystą.

$$x = 2k \quad k \in \mathbb{Z}$$

b)  $x$  jest liczbą nieparzystą.

$$x = 2k + 1 \quad k \in \mathbb{Z}$$

## Przykład 1 - parzyste, nieparzyste

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

a)  $x$  jest liczbą parzystą.

$$x = 2k \quad k \in \mathbb{Z}$$

b)  $x$  jest liczbą nieparzystą.

$$x = 2k + 1 \quad k \in \mathbb{Z}$$

c)  $x$  jest iloczynem trzech kolejnych liczb parzystych.

## Przykład 1 - parzyste, nieparzyste

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

a)  $x$  jest liczbą parzystą.

$$x = 2k \quad k \in \mathbb{Z}$$

b)  $x$  jest liczbą nieparzystą.

$$x = 2k + 1 \quad k \in \mathbb{Z}$$

c)  $x$  jest iloczynem trzech kolejnych liczb parzystych.

$$x = (2k - 2) \times 2k \times (2k + 2) \quad k \in \mathbb{Z}$$



## Przykład 1 - parzyste, nieparzyste

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

a)  $x$  jest liczbą parzystą.

$$x = 2k \quad k \in \mathbb{Z}$$

b)  $x$  jest liczbą nieparzystą.

$$x = 2k + 1 \quad k \in \mathbb{Z}$$

c)  $x$  jest iloczynem trzech kolejnych liczb parzystych.

$$x = (2k - 2) \times 2k \times (2k + 2) \quad k \in \mathbb{Z}$$

d)  $x$  jest iloczynem trzech kolejnych liczb nieparzystych.

## Przykład 1 - parzyste, nieparzyste

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

a)  $x$  jest liczbą parzystą.

$$x = 2k \quad k \in \mathbb{Z}$$

b)  $x$  jest liczbą nieparzystą.

$$x = 2k + 1 \quad k \in \mathbb{Z}$$

c)  $x$  jest iloczynem trzech kolejnych liczb parzystych.

$$x = (2k - 2) \times 2k \times (2k + 2) \quad k \in \mathbb{Z}$$

d)  $x$  jest iloczynem trzech kolejnych liczb nieparzystych.

$$x = (2k - 1) \times (2k + 1) \times (2k + 3) \quad k \in \mathbb{Z}$$

## Przykład 2 - podzielne

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

- a)  $x$  jest podzielne przez 7.

## Przykład 2 - podzielne

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

a)  $x$  jest podzielne przez 7.

$$x = 7k \quad k \in \mathbb{Z}$$

## Przykład 2 - podzielne

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

a)  $x$  jest podzielne przez 7.

$$x = 7k \quad k \in \mathbb{Z}$$

b)  $x$  jest podzielne przez 123.

## Przykład 2 - podzielne

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

a)  $x$  jest podzielne przez 7.

$$x = 7k \quad k \in \mathbb{Z}$$

b)  $x$  jest podzielne przez 123.

$$x = 123k \quad k \in \mathbb{Z}$$

## Przykład 2 - podzielne

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

a)  $x$  jest podzielne przez 7.

$$x = 7k \quad k \in \mathbb{Z}$$

b)  $x$  jest podzielne przez 123.

$$x = 123k \quad k \in \mathbb{Z}$$

c)  $x$  jest podzielne przez 2 i 5.

## Przykład 2 - podzielne

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

a)  $x$  jest podzielne przez 7.

$$x = 7k \quad k \in \mathbb{Z}$$

b)  $x$  jest podzielne przez 123.

$$x = 123k \quad k \in \mathbb{Z}$$

c)  $x$  jest podzielne przez 2 i 5.

$$x = 10k \quad k \in \mathbb{Z}$$



## Przykład 2 - podzielne

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

a)  $x$  jest podzielne przez 7.

$$x = 7k \quad k \in \mathbb{Z}$$

b)  $x$  jest podzielne przez 123.

$$x = 123k \quad k \in \mathbb{Z}$$

c)  $x$  jest podzielne przez 2 i 5.

$$x = 10k \quad k \in \mathbb{Z}$$

d)  $x$  jest podzielne przez 2 i 6

## Przykład 2 - podzielne

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

a)  $x$  jest podzielne przez 7.

$$x = 7k \quad k \in \mathbb{Z}$$

b)  $x$  jest podzielne przez 123.

$$x = 123k \quad k \in \mathbb{Z}$$

c)  $x$  jest podzielne przez 2 i 5.

$$x = 10k \quad k \in \mathbb{Z}$$

d)  $x$  jest podzielne przez 2 i 6

$$x = 6k \quad k \in \mathbb{Z}$$

## Przykład 2 - podzielne

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

a)  $x$  jest podzielne przez 7.

$$x = 7k \quad k \in \mathbb{Z}$$

b)  $x$  jest podzielne przez 123.

$$x = 123k \quad k \in \mathbb{Z}$$

c)  $x$  jest podzielne przez 2 i 5.

$$x = 10k \quad k \in \mathbb{Z}$$

d)  $x$  jest podzielne przez 2 i 6

$$x = 6k \quad k \in \mathbb{Z}$$

e)  $x$  jest podzielne przez 4 i 6

## Przykład 2 - podzielne

Zapisz liczbę całkowitą  $x$ , jeśli:

a)  $x$  jest podzielne przez 7.

$$x = 7k \quad k \in \mathbb{Z}$$

b)  $x$  jest podzielne przez 123.

$$x = 123k \quad k \in \mathbb{Z}$$

c)  $x$  jest podzielne przez 2 i 5.

$$x = 10k \quad k \in \mathbb{Z}$$

d)  $x$  jest podzielne przez 2 i 6

$$x = 6k \quad k \in \mathbb{Z}$$

e)  $x$  jest podzielne przez 4 i 6

$$x = 12k \quad k \in \mathbb{Z}$$

## Przykład 3 - reszty

Zapisz liczbę naturalną  $x$  w ogólnej postaci, jeśli:

- a) reszta z dzielenia  $x$  przez 5 wynosi 3.

## Przykład 3 - reszty

Zapisz liczbę naturalną  $x$  w ogólnej postaci, jeśli:

- a) reszta z dzielenia  $x$  przez 5 wynosi 3.

$$x = 5k + 3 \quad k \in \mathbb{N}$$

## Przykład 3 - reszty

Zapisz liczbę naturalną  $x$  w ogólnej postaci, jeśli:

- a) reszta z dzielenia  $x$  przez 5 wynosi 3.

$$x = 5k + 3 \quad k \in \mathbb{N}$$

- b) reszta z dzielenia  $x$  przez 11 wynosi 2.

## Przykład 3 - reszty

Zapisz liczbę naturalną  $x$  w ogólnej postaci, jeśli:

- a) reszta z dzielenia  $x$  przez 5 wynosi 3.

$$x = 5k + 3 \quad k \in \mathbb{N}$$

- b) reszta z dzielenia  $x$  przez 11 wynosi 2.

$$x = 11k + 2 \quad k \in \mathbb{N}$$



## Przykład 3 - reszty

Zapisz liczbę naturalną  $x$  w ogólnej postaci, jeśli:

- a) reszta z dzielenia  $x$  przez 5 wynosi 3.

$$x = 5k + 3 \quad k \in \mathbb{N}$$

- b) reszta z dzielenia  $x$  przez 11 wynosi 2.

$$x = 11k + 2 \quad k \in \mathbb{N}$$

- c) reszta z dzielenia  $x$  przez 7 wynosi 6.

## Przykład 3 - reszty

Zapisz liczbę naturalną  $x$  w ogólnej postaci, jeśli:

- a) reszta z dzielenia  $x$  przez 5 wynosi 3.

$$x = 5k + 3 \quad k \in \mathbb{N}$$

- b) reszta z dzielenia  $x$  przez 11 wynosi 2.

$$x = 11k + 2 \quad k \in \mathbb{N}$$

- c) reszta z dzielenia  $x$  przez 7 wynosi 6.

$$x = 7k + 6 \quad k \in \mathbb{N}$$

## Przykład 4 - reszty

Zapisz trzy kolejne liczby całkowite, których

- a) reszta z dzielenia przez 6 wynosi 1.

## Przykład 4 - reszty

Zapisz trzy kolejne liczby całkowite, których

a) reszta z dzielenia przez 6 wynosi 1.

$$6k + 1, 6k + 7, 6k + 13 \quad k \in \mathbb{Z}$$

## Przykład 4 - reszty

Zapisz trzy kolejne liczby całkowite, których

a) reszta z dzielenia przez 6 wynosi 1.

$$6k + 1, 6k + 7, 6k + 13 \quad k \in \mathbb{Z}$$

Uwaga: można było również zapisać:

$$6k - 5, 6k + 1, 6k + 7 \quad k \in \mathbb{Z}$$

## Przykład 4 - reszty

Zapisz trzy kolejne liczby całkowite, których

- a) reszta z dzielenia przez 6 wynosi 1.

$$6k + 1, 6k + 7, 6k + 13 \quad k \in \mathbb{Z}$$

Uwaga: można było również zapisać:

$$6k - 5, 6k + 1, 6k + 7 \quad k \in \mathbb{Z}$$

- b) reszta z dzielenia przez 13 wynosi 5.

## Przykład 4 - reszty

Zapisz trzy kolejne liczby całkowite, których

- a) reszta z dzielenia przez 6 wynosi 1.

$$6k + 1, 6k + 7, 6k + 13 \quad k \in \mathbb{Z}$$

Uwaga: można było również zapisać:

$$6k - 5, 6k + 1, 6k + 7 \quad k \in \mathbb{Z}$$

- b) reszta z dzielenia przez 13 wynosi 5.

$$13k + 5, 13k + 18, 13k + 31 \quad k \in \mathbb{Z}$$

## Przykład 4 - reszty

Zapisz trzy kolejne liczby całkowite, których

- a) reszta z dzielenia przez 6 wynosi 1.

$$6k + 1, 6k + 7, 6k + 13 \quad k \in \mathbb{Z}$$

Uwaga: można było również zapisać:

$$6k - 5, 6k + 1, 6k + 7 \quad k \in \mathbb{Z}$$

- b) reszta z dzielenia przez 13 wynosi 5.

$$13k + 5, 13k + 18, 13k + 31 \quad k \in \mathbb{Z}$$

Uwaga: można było również zapisać:

$$13k - 8, 13k + 5, 13k + 18 \quad k \in \mathbb{Z}$$



## Przykład 5

Wyznacz trzy kolejne liczby nieparzyste, których suma wynosi 159.

## Przykład 5

Wyznacz trzy kolejne liczby nieparzyste, których suma wynosi 159.

$$(2k - 1) + (2k + 1) + (2k + 3) = 159$$

$$6k = 156$$

$$k = 26$$

## Przykład 5

Wyznacz trzy kolejne liczby nieparzyste, których suma wynosi 159.

$$(2k - 1) + (2k + 1) + (2k + 3) = 159$$

$$6k = 156$$

$$k = 26$$

$$2k - 1 = 2 \times 26 - 1 = 51$$

Szukane liczby to 51, 53 oraz 55.

## Przykład 6

Wyznacz cztery kolejne liczby, których reszta z dzielenia przez 4 to 3, a których suma wynosi 116.

## Przykład 6

Wyznacz cztery kolejne liczby, których reszta z dzielenia przez 4 to 3, a których suma wynosi 116.

$$(4k - 1) + (4k + 3) + (4k + 7) + (4k + 11) = 116$$

$$16k = 96$$

$$k = 6$$

## Przykład 6

Wyznacz cztery kolejne liczby, których reszta z dzielenia przez 4 to 3, a których suma wynosi 116.

$$(4k - 1) + (4k + 3) + (4k + 7) + (4k + 11) = 116$$

$$16k = 96$$

$$k = 6$$

$$4k - 1 = 4 \times 6 - 1 = 23$$

Szukane liczby to 23, 27, 31 oraz 35.

Na wejściówkę trzeba umieć zapisać liczby w postaci ogólnej na podstawie podanych informacji i wykorzystać ten zapis do rozwiązania prostych zadań.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na [T.J.Lechowski@gmail.com](mailto:T.J.Lechowski@gmail.com).