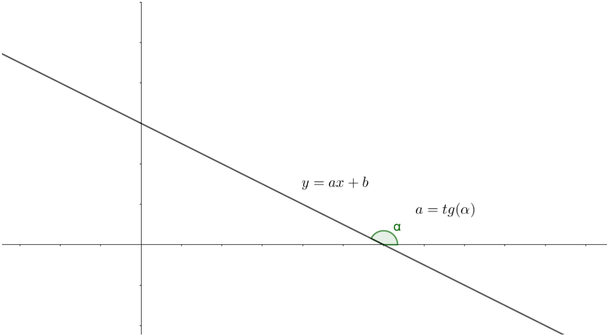
Funkcja liniowa cd.

Musimy umieć:

- obliczyć kąt, pod którym określona funkcja liniowa przecina oś OX,
- wyznaczyć parametr, dla którego dane proste są równoległe lub prostopadłe.

Współczynnik kierunkowy

Dla funkcji liniowej $y = ax + b$ mamy $a = \operatorname{tg}\alpha$, gdzie α to kąt, pod którym dana prosta przecina oś OX.



Przykład 1

Znajdź wzór funkcji liniowej, która przecina oś OY w punkcie $(0, 3)$, a oś OX przecina pod kątem 60°.

Przykład 1

Znajdź wzór funkcji liniowej, która przecina oś OY w punkcie $(0, 3)$, a oś OX przecina pod kątem 60°.

Punkt przecięcia z osią OY daje nam współczynnik $b = 3$.

Przykład 1

Znajdź wzór funkcji liniowej, która przecina oś OY w punkcie $(0, 3)$, a oś OX przecina pod kątem 60°.

Punkt przecięcia z osią OY daje nam współczynnik $b = 3$. Natomiast kąt przecięcia daje nam $a = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$.

Przykład 1

Znajdź wzór funkcji liniowej, która przecina oś OY w punkcie $(0, 3)$, a oś OX przecina pod kątem 60°.

Punkt przecięcia z osią OY daje nam współczynnik $b = 3$. Natomiast kąt przecięcia daje nam $a = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$. Wzór funkcji:

$$y = \sqrt{3}x + 3$$

Przykład 2

Znajdź wzór funkcji liniowej, która przecina oś OY w punkcie $(0, -2)$, a oś OX przecina pod kątem 150°.

Przykład 2

Znajdź wzór funkcji liniowej, która przecina oś OY w punkcie $(0, -2)$, a oś OX przecina pod kątem 150°.

Punkt przecięcia z osią OY daje nam współczynnik $b = -2$.

Przykład 2

Znajdź wzór funkcji liniowej, która przecina oś OY w punkcie $(0, -2)$, a oś OX przecina pod kątem 150°.

Punkt przecięcia z osią OY daje nam współczynnik $b = -2$. Natomiast kąt przecięcia daje nam $a = \operatorname{tg} 150^\circ = -\operatorname{tg} 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Przykład 2

Znajdź wzór funkcji liniowej, która przecina oś OY w punkcie $(0, -2)$, a oś OX przecina pod kątem 150°.

Punkt przecięcia z osią OY daje nam współczynnik $b = -2$. Natomiast kąt przecięcia daje nam $a = \operatorname{tg} 150^\circ = -\operatorname{tg} 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$. Wzór funkcji:

$$y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x - 2$$

Przykład 3

Znajdź wzór funkcji liniowej, która oś OX przecina pod kątem 135° i przechodzi przez punkt $(-2, 3)$.

Przykład 3

Znajdź wzór funkcji liniowej, która oś OX przecina pod kątem 135° i przechodzi przez punkt $(-2, 3)$.

Kąt przecięcia daje nam $a = \operatorname{tg} 135^\circ = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1$.

Przykład 3

Znajdź wzór funkcji liniowej, która oś OX przecina pod kątem 135° i przechodzi przez punkt $(-2, 3)$.

Kąt przecięcia daje nam $a = \operatorname{tg} 135^\circ = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1$. Z informacji o punkcie układamy równanie:

$$-2 = -1 \times 3 + b$$

Stąd otrzymujemy $b = 1$, czyli wzór funkcji to:

$$y = -x + 1$$

Przykład 4

Oblicz kąt, pod którym prosta $y = x + 4$ przecina oś OX.

Przykład 4

Oblicz kąt, pod którym prosta $y = x + 4$ przecina oś OX.

Mamy $a = 1$. Rozwiązujemy, więc równanie $\operatorname{tg} \alpha = 1$, dla α w pierwszej lub drugiej ćwiartce.

Przykład 4

Oblicz kąt, pod którym prosta $y = x + 4$ przecina oś OX.

Mamy $a = 1$. Rozwiązujemy, więc równanie $\operatorname{tg} \alpha = 1$, dla α w pierwszej lub drugiej ćwiartce. Otrzymujemy $\alpha = 45^\circ$.

Przykład 4

Oblicz kąt, pod którym prosta $y = -\sqrt{3}x - 5$ przecina oś OX.

Przykład 4

Oblicz kąt, pod którym prosta $y = -\sqrt{3}x - 5$ przecina oś OX.

Mamy $a = -\sqrt{3}$. Rozwiązujemy równanie $\operatorname{tg}\alpha = -\sqrt{3}$, dla α w pierwszej lub drugiej ćwiartce.

Przykład 4

Oblicz kąt, pod którym prosta $y = -\sqrt{3}x - 5$ przecina oś OX.

Mamy $a = -\sqrt{3}$. Rozwiązujemy równanie $\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{3}$, dla α w pierwszej lub drugiej ćwiartce.
Wiemy, że $\operatorname{tg}(180^\circ - 60^\circ) = -\operatorname{tg} 60^\circ = -\sqrt{3}$, czyli $\alpha = 120^\circ$.

Przykład 4

Oblicz kąt, pod którym prosta $2x + 2y - 1 = 0$ przecina oś OX.

Przykład 4

Oblicz kąt, pod którym prosta $2x + 2y - 1 = 0$ przecina oś OX.

Przekształcamy wzór do odpowiedniej postaci. Otrzymujemy:

Przykład 4

Oblicz kąt, pod którym prosta $2x + 2y - 1 = 0$ przecina oś OX.

Przekształcamy wzór do odpowiedniej postaci. Otrzymujemy:

$$y = -x + \frac{1}{2}$$

Przykład 4

Oblicz kąt, pod którym prosta $2x + 2y - 1 = 0$ przecina oś OX.

Przekształcamy wzór do odpowiedniej postaci. Otrzymujemy:

$$y = -x + \frac{1}{2}$$

Mamy $a = -\sqrt{3}$. Rozwiązujemy równanie $\operatorname{tg} \alpha = -1$, dla α w pierwszej lub drugiej ćwiartce.
Otrzymujemy $\alpha = 135^\circ$.

Proste równoległe i prostopadłe

Rozważmy dwie funkcje liniowe $y = a_1x + b_1$ oraz $y = a_2x + b_2$. Wykresy tych funkcji będą:

równoległe jeśli $a_1 = a_2$,

prostopadłe jeśli $a_1 \times a_2 = -1$ lub równoważnie $a_2 = -\frac{1}{a_1}$.

Przykład 5

Określ dla jakich wartości parametru m funkcja:

$$y = \frac{m+3}{2}x - (m+3)$$

jest (1) równoległa (2) prostopadła do wykresu funkcji $y = 4x + 6$.

Przykład 5

Określ dla jakich wartości parametru m funkcja:

$$y = \frac{m+3}{2}x - (m+3)$$

jest (1) równoległa (2) prostopadła do wykresu funkcji $y = 4x + 6$.

(1) $a_1 = \frac{m+3}{2}$, $a_2 = 4$ rozwiązujemy:

$$\frac{m+3}{2} = 4$$

Przykład 5

Określ dla jakich wartości parametru m funkcja:

$$y = \frac{m+3}{2}x - (m+3)$$

jest (1) równoległa (2) prostopadła do wykresu funkcji $y = 4x + 6$.

(1) $a_1 = \frac{m+3}{2}$, $a_2 = 4$ rozwiązujemy:

$$\frac{m+3}{2} = 4$$

Otrzymujemy, że wykresy są równoległe dla $m = 5$.

Przykład 5

Określ dla jakich wartości parametru m funkcja:

$$y = \frac{m+3}{2}x - (m+3)$$

jest (1) równoległa (2) prostopadła do wykresu funkcji $y = 4x + 6$.

(1) $a_1 = \frac{m+3}{2}$, $a_2 = 4$ rozwiązujemy:

$$\frac{m+3}{2} = 4$$

Otrzymujemy, że wykresy są równoległe dla $m = 5$.

(2) Rozwiązujemy:

$$\frac{m+3}{2} \times 4 = -1$$

Otrzymujemy, że wykresy są prostopadłe dla $m = -3.5$.

Przykład 5

Określ dla jakich wartości parametru m funkcja:

$$y = |m+1|x - m^2$$

jest (1) równoległa (2) prostopadła do wykresu funkcji $y = 2x + 1$.

Przykład 5

Określ dla jakich wartości parametru m funkcja:

$$y = |m+1|x - m^2$$

jest (1) równoległa (2) prostopadła do wykresu funkcji $y = 2x + 1$.

(1) $a_1 = |m+1|$, $a_2 = 2$ rozwiązujemy:

$$|m+1| = 2$$

Przykład 5

Określ dla jakich wartości parametru m funkcja:

$$y = |m+1|x - m^2$$

jest (1) równoległa (2) prostopadła do wykresu funkcji $y = 2x + 1$.

(1) $a_1 = |m+1|$, $a_2 = 2$ rozwiązujemy:

$$|m+1| = 2$$

Otrzymujemy, że wykresy są równoległe dla $m = 1$ oraz $m = -3$.

Przykład 5

Określ dla jakich wartości parametru m funkcja:

$$y = |m+1|x - m^2$$

jest (1) równoległa (2) prostopadła do wykresu funkcji $y = 2x + 1$.

(1) $a_1 = |m+1|$, $a_2 = 2$ rozwiązujemy:

$$|m+1| = 2$$

Otrzymujemy, że wykresy są równoległe dla $m = 1$ oraz $m = -3$.

(2) Rozwiązujemy:

$$|m+1| \times 2 = -1$$

Równanie to nie ma żadnych rozwiązań, więc proste nie są prostopadłe dla żadnej wartości m.

Wejściówka

Na wejściówkę trzeba umieć napisać wzór funkcji mają dany kąt przecięcia z osią OX oraz jeden punkt, obliczyć kąt przecięcia danej prostej z osią oraz rozwiązać zadanie z parametrem dotycząc równoległości i prostopadłości prostych.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.