Liczby naturalne

Musimy:

- znać definicję liczby pierwszej,
- umieć rozłożyć na czynniki pierwsze dowolną liczbę naturalną większą od 1,
- dzielić z resztą,
- znać cechy podzielności przez 2,3,4,5,6,8,9,11.

Liczby pierwsze

Liczba pierwsza to liczba naturalna, która ma **dokładnie** dwa dzielniki naturalne.

Liczby pierwsze

Liczba pierwsza to liczba naturalna, która ma **dokładnie** dwa dzielniki naturalne.

Uwaga: 1 **nie** jest liczbą pierwszą. 2 jest liczbą pierwszą - jest to jedyna parzysta liczba pierwsza.

Liczby pierwsze

Liczba pierwsza to liczba naturalna, która ma **dokładnie** dwa dzielniki naturalne.

Uwaga: 1 **nie** jest liczbą pierwszą. 2 jest liczbą pierwszą - jest to jedyna parzysta liczba pierwsza. Czy jesteś w stanie to udowodnić?

Liczby pierwsze

Jednym z ważniejszych twierdzeń w matematyce jest:

Podstawowe twierdzenie arytmetyki

Każda liczba naturalna większa od 1 jest albo pierwsza albo można ją zapisać w sposób jednoznaczny jako iloczyn liczb pierwszych.

Liczby pierwsze

Jednym z ważniejszych twierdzeń w matematyce jest:

Podstawowe twierdzenie arytmetyki

Każda liczba naturalna większa od 1 jest albo pierwsza albo można ją zapisać w sposób jednoznaczny jako iloczyn liczb pierwszych.

Przykład: $20 = 2 \times 2 \times 5$.

Podstawowe twierdzenie arytmetyki

Ważna jest tutaj ta jednoznaczność. O co w tym chodzi?

Podstawowe twierdzenie arytmetyki

Ważna jest tutaj ta jednoznaczność. O co w tym chodzi?

Przykład $20 = 4 \times 5$, ale też $20 = 2 \times 10$, czyli 20 można przedstawić jako iloczyn liczb naturalnych na różne sposoby.

Podstawowe twierdzenie arytmetyki

Ważna jest tutaj ta jednoznaczność. O co w tym chodzi?

Przykład $20 = 4 \times 5$, ale też $20 = 2 \times 10$, czyli 20 można przedstawić jako iloczyn liczb naturalnych na różne sposoby.

Ale jeśli chcemy przedstawić 20 jako iloczyn liczb pierwszych to, po pierwsze - da się to zrobić, a po drugie - da się to zrobić tylko na jeden sposób. $20 = 2 \times 2 \times 5$

Rozkład na czynniki pierwsze

By rozłożyć na czynniki pierwsze daną liczbę, postępujemy następująco. Dzielimy daną liczbę przez najmniejszą możliwą liczbę pierwszą. Wynik dzielenia staje się naszą nową liczbą. Powtarzamy procedurę aż dojdziemy do 1.

Rozkład na czynniki pierwsze

By rozłożyć na czynniki pierwsze daną liczbę, postępujemy następująco. Dzielimy daną liczbę przez najmniejszą możliwą liczbę pierwszą. Wynik dzielenia staje się naszą nową liczbą. Powtarzamy procedurę aż dojdziemy do 1.

Rozkładamy 20 na czynniki pierwsze. Najmniejszą liczbą pierwszą, która dzieli 20 jest **2**. $20 \div 2 = 10$. Pracujemy teraz z 10. Najmniejszą liczbą pierwszą, która dzieli 10 jest znów **2**. $10 \div 2 = 5$. Pracujemy teraz z 5. Najmniejszą liczbą pierwszą, która dzieli 5 jest **5**. $5 \div 5 = 1$. Doszliśmy do 1. Kończymy procedurę.

Rozkład na czynniki pierwsze

By rozłożyć na czynniki pierwsze daną liczbę, postępujemy następująco. Dzielimy daną liczbę przez najmniejszą możliwą liczbę pierwszą. Wynik dzielenia staje się naszą nową liczbą. Powtarzamy procedurę aż dojdziemy do 1.

Rozkładamy 20 na czynniki pierwsze. Najmniejszą liczbą pierwszą, która dzieli 20 jest **2**. $20 \div 2 = 10$. Pracujemy teraz z 10. Najmniejszą liczbą pierwszą, która dzieli 10 jest znów **2**. $10 \div 2 = 5$. Pracujemy teraz z 5. Najmniejszą liczbą pierwszą, która dzieli 5 jest **5**. $5 \div 5 = 1$. Doszliśmy do 1. Kończymy procedurę.

Ostatecznie: $20 = 2 \times 2 \times 5$.

Rozkład na czynniki pierwsze

Całą procedurę warto zapisać w następujący sposób:

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Rozkład na czynniki pierwsze

Całą procedurę warto zapisać w następujący sposób:

$$\begin{array}{c|c} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Czyli (po raz czwarty): $20 = 2 \times 2 \times 5$.

Rozkład na czynniki pierwsze - przykłady

Rozłóż na czynniki pierwsze liczbę 378.

Rozkład na czynniki pierwsze - przykłady

Rozłóż na czynniki pierwsze liczbę 378.

378	2
189	3
63	3
21	3
7	7
1	

Rozkład na czynniki pierwsze - przykłady

Rozłóż na czynniki pierwsze liczbę 378.

$$\begin{array}{c|c} 378 & 2 \\ 189 & 3 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Czyli: $378 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7$.

Rozkład na czynniki pierwsze - przykłady

Rozłóż na czynniki pierwsze liczbę 14300.

Rozkład na czynniki pierwsze - przykłady

Rozłóż na czynniki pierwsze liczbę 14300.

$$\begin{array}{c|c} 14300 & 2 \\ 7150 & 2 \\ 3575 & 5 \\ 715 & 5 \\ 143 & 11 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

Rozkład na czynniki pierwsze - przykłady

Rozłóż na czynniki pierwsze liczbę 14300.

$$\begin{array}{r|c} 14300 & 2 \\ 7150 & 2 \\ 3575 & 5 \\ 715 & 5 \\ 143 & 11 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

Czyli: $14300 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 11 \times 13$.

Cechy podzielność

Nasuwa się pytanie - a skąd wiadomo, że dana liczba jest podzielna przez daną liczbę pierwszą?

Cechy podzielność

Nasuwa się pytanie - a skąd wiadomo, że dana liczba jest podzielna przez daną liczbę pierwszą?

Na szczęście dla wielu liczb pierwszych można to łatwo określić:

- 2 cyfra jedności to 0,2,4,6 lub 8,
- 3 suma cyfr jest podzielna przez 3,
- 5 cyfra jedności to 0 lub 5,
- 11 dodajemy/odejmujemy cyfry na przemian, wynik musi być podzielny przez 11.

Cechy podzielność

Nasuwa się pytanie - a skąd wiadomo, że dana liczba jest podzielna przez daną liczbę pierwszą?

Na szczęście dla wielu liczb pierwszych można to łatwo określić:

- 2 cyfra jedności to 0,2,4,6 lub 8,
- 3 suma cyfr jest podzielna przez 3,
- 5 cyfra jedności to 0 lub 5,
- 11 dodajemy/odejmujemy cyfry na przemian, wynik musi być podzielny przez 11.

Pierwsze trzy zasady są oczywiste. Czwarta jest napisana nieprecyzyjnie, gdyż lepiej wyjaśnić ją na przykadach.

Podzielność przez 11 - przykłady

Ustal, czy liczby: 123456, 222333815, 4534259873 są podzielne przez 11.

- $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 = -3.$
  -3 nie jest podzielne przez 11, a więc 123456 nie jest podzielne przez 11.
- $2 - 2 + 2 - 3 + 3 - 3 + 8 - 1 + 5 = 11$
  11 jest podzielne przez 11, a więc 222333815 jest podzielne przez 11.
- $4 - 5 + 3 - 4 + 2 - 5 + 9 - 8 + 7 - 3 = 0$
  0 jest podzielne przez 11, a więc 222333815 jest podzielne przez 11.

Podzielność przez 11 - przykłady

Ustal, czy liczby: 123456, 222333815, 4534259873 są podzielne przez 11.

- $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 = -3$.
  -3 nie jest podzielne przez 11, a więc 123456 nie jest podzielne przez 11.
- $2 - 2 + 2 - 3 + 3 - 3 + 8 - 1 + 5 = 11$
  11 jest podzielne przez 11, a więc 222333815 jest podzielne przez 11.
- $4 - 5 + 3 - 4 + 2 - 5 + 9 - 8 + 7 - 3 = 0$
  0 jest podzielne przez 11, a więc 222333815 jest podzielne przez 11.

Uwaga: 0 jest podzielne przez każdą liczbę różną od 0.

Dzielenie z resztą

Dla dowolnych liczb naturalnych n i d, przy czym $d \neq 0$, możemy zapisać $n = q \times d + r$, gdzie $q, r \in N$ oraz $r < d$.

Dzielenie z resztą

Dla dowolnych liczb naturalnych n i d, przy czym $d \neq 0$, możemy zapisać $n = q \times d + r$, gdzie $q, r \in N$ oraz $r < d$.

Czyli dowolną liczbę naturalną możemy podzielić z resztą przez dowolną liczbę naturalną.

Dzielenie z resztą

$20 \div 3 = 6 \ \ r\ 2 \qquad\qquad$ czyli $20 = 6 \times 3 + 2$,

Dzielenie z resztą

$$20 \div 3 = 6 \ \ r\ 2 \qquad \text{czyli } 20 = 6 \times 3 + 2,$$
$$153 \div 7 = 21 \ \ r\ 6 \qquad \text{czyli } 153 = 21 \times 7 + 6,$$

Dzielenie z resztą

$20 \div 3 = 6 \;\; r\, 2 \qquad$ czyli $20 = 6 \times 3 + 2$,

$153 \div 7 = 21 \;\; r\, 6 \qquad$ czyli $153 = 21 \times 7 + 6$,

$55555 \div 333 = 166 \;\; r\, 277 \qquad$ czyli $55555 = 166 \times 333 + 277$, Na wejściówkę trzeba umieć rozkładać na czynniki pierwsze, dzielić z resztą i sprawdzać cechy podzielności.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.