

# Procenty

Na prezentacji omówione zostaną zadania wykorzystujące procenty. Jest to w dużej mierze temat gimnazjalny, ale nie należy go lekceważyć, gdyż niektóre zadania mogą okazać się trudne.

# Przypomnienie

By obliczyć jakim procentem liczby  $y$  jest liczba  $x$ , dzielimy  $x$  przez  $y$  i wynik zamieniamy na procenty (mnożąc przez 100%).

# Przypomnienie

By obliczyć jakim procentem liczby  $y$  jest liczba  $x$ , dzielimy  $x$  przez  $y$  i wynik zamieniamy na procenty (mnożąc przez 100%).

Przykład: jakim procentem liczby 25 jest liczba 10?

# Przypomnienie

By obliczyć jakim procentem liczby  $y$  jest liczba  $x$ , dzielimy  $x$  przez  $y$  i wynik zamieniamy na procenty (mnożąc przez 100%).

Przykład: jakim procentem liczby 25 jest liczba 10?

Rozwiązanie:  $\frac{10}{25} \times 100\% = 40\%$

# Przypomnienie

By obliczyć jakim procentem liczby  $y$  jest liczba  $x$ , dzielimy  $x$  przez  $y$  i wynik zamieniamy na procenty (mnożąc przez 100%).

Przykład: jakim procentem liczby 25 jest liczba 10?

Rozwiązanie:  $\frac{10}{25} \times 100\% = 40\%$

Przykład: jakim procentem liczby 10 jest liczba 25?

# Przypomnienie

By obliczyć jakim procentem liczby  $y$  jest liczba  $x$ , dzielimy  $x$  przez  $y$  i wynik zamieniamy na procenty (mnożąc przez 100%).

Przykład: jakim procentem liczby 25 jest liczba 10?

Rozwiązanie:  $\frac{10}{25} \times 100\% = 40\%$

Przykład: jakim procentem liczby 10 jest liczba 25?

Rozwiązanie:  $\frac{25}{10} \times 100\% = 250\%$

# Przykład 1

W szkole jest 160 uczniów. 90 to chłopcy. Jaki procent uczniów stanowią dziewczynki.



## Przykład 1

W szkole jest 160 uczniów. 90 to chłopcy. Jaki procent uczniów stanowią dziewczynki.

Rozwiązanie 1: w szkole jest  $160 - 90 = 70$  dziewczynek.

$$\frac{70}{160} \times 100\% = 43.75\%$$

## Przykład 1

W szkole jest 160 uczniów. 90 to chłopcy. Jaki procent uczniów stanowią dziewczynki.

Rozwiązanie 1: w szkole jest  $160 - 90 = 70$  dziewczynek.

$$\frac{70}{160} \times 100\% = 43.75\%$$

Rozwiązanie 2:  $\frac{90}{160} \times 100\% = 56.25\%$  tyle procent stanowią chłopcy.

Dziewczynek będzie  $100\% - 56.25\% = 43.75\%$

# Przypomnienie

By zwiększyć daną liczbę o  $p\%$  mnożymy ją przez  $(1 + \frac{p}{100})$ .

# Przypomnienie

By zwiększyć daną liczbę o  $p\%$  mnożymy ją przez  $(1 + \frac{p}{100})$ .

By zmniejszyć daną liczbę o  $p\%$  mnożymy ją przez  $(1 - \frac{p}{100})$ .

# Ćwiczenie

Uzupełnij tabelkę o brakujące wartości.

cena początkowa	zmiana procentowa	cena końcowa
120	+15%	
120	-15%	
	+15%	207
	-15%	272
260		247
350		735
620		31
13		0

Tabela uzupełniona na następnym slajdzie.

# Ćwiczenie

cena początkowa	zmiana procentowa	cena końcowa
120	+15%	138
120	-15%	82
180	+15%	207
320	-15%	272
260	-5%	247
350	+110%	735
620	-95%	31
13	-100%	0

# Ćwiczenie

Omówienie wierszy 2,3 i 5.

# Ćwiczenie

Omówienie wierszy 2,3 i 5.

(2) Zwiększamy od 15% czyli mnożymy przez 1.15.  $120 \times 1.15 = 138$ .



# Ćwiczenie

Omówienie wierszy 2,3 i 5.

(2) Zwiększamy o 15% czyli mnożymy przez 1.15.  $120 \times 1.15 = 138$ .

(3) Zwiększyliśmy o 15% czyli pomnożyliśmy przez 1.15, czyli  $x \times 1.15 = 207$ , a więc  $x = \frac{207}{1.15} = 180$ .

# Ćwiczenie

Omówienie wierszy 2,3 i 5.

(2) Zwiększamy od 15% czyli mnożymy przez 1.15.  $120 \times 1.15 = 138$ .

(3) Zwiększyliśmy o 15% czyli pomnożyliśmy przez 1.15, czyli  $x \times 1.15 = 207$ , a więc  $x = \frac{207}{1.15} = 180$ .

(5) Pomnożyliśmy przez niewiadomą  $m = (1 \pm \frac{p}{100})$ , rozwiązujemy  $260 \times m = 247$ , stąd  $m = 0.95$ , wyznaczamy  $p$ , zmiejszyliśmy o 5%.

## Przykład 2

Cenę pewnego produktu najpierw zwiększono o 20%, a później zmniejszono o 20%. O ile zmieniła się cena tego produktu?

## Przykład 2

Cenę pewnego produktu najpierw zwiększono o 20%, a później zmniejszono o 20%. O ile zmieniła się cena tego produktu?

Cenę początkową oznaczmy przez  $x$ . Po podwyżce cena wynosiła  $1.2 \times x$ .  
Po obniżce  $0.8 \times 1.2 \times x = 0.96x$ .  
Odpowiedź: cena zmalała o 4%.

## Przykład 3

Cenę pewnego produktu najpierw zwiększono o 60%, a później zmniejszono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zmniejszono cenę?

## Przykład 3

Cenę pewnego produktu najpierw zwiększono o 60%, a później zmniejszono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zmniejszono cenę?

Cenę początkową oznaczmy przez  $x$ . Niech  $m$  oznacza  $(1 - \frac{p}{100})$ , gdzie  $p$  to procent, o który obniżono cenę. Po podwyżce cena wynosiła  $1.6 \times x$ . Po obniżce  $m \times 1.6 \times x$ . Skoro cena wróciła do początkowej to:

$$m \times 1.6 \times x = x$$

Wyznaczamy  $m = 0.625$ . Stąd możemy policzyć  $p$ . Odpowiedź: cenę zmniejszono o 37.5%.

## Przykład 4

Cenę pewnego produktu najpierw zmniejszono o 20%, a później zwiększono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zwiększono cenę?

## Przykład 4

Cenę pewnego produktu najpierw zmniejszono o 20%, a później zwiększono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zwiększono cenę?

Rozwiązujemy analogicznie do poprzedniego. Cenę początkową oznaczmy przez  $x$ . Niech  $m$  oznacza  $(1 + \frac{p}{100})$ , gdzie  $p$  to procent, o który podwyższono cenę. Po obniżce cena wynosiła  $0.8 \times x$ . Po obniżce  $m \times 0.8 \times x$ . Układamy równanie:

$$m \times 0.8 \times x = x$$

Wyznaczamy  $m = 1.25$ . Stąd możemy policzyć  $p$ . Odpowiedź: cenę zwiększono o 25%.



## Przykład 5

Wkładamy do banku pewną sumę pieniędzy. Lokata ma oprocentowanie 5% w skali roku (naliczane na koniec roku). Oblicz, o ile procent więcej pieniędzy będziemy mieli po 4 latach.

## Przykład 5

Wkładamy do banku pewną sumę pieniędzy. Lokata ma oprocentowanie 5% w skali roku (naliczane na koniec roku). Oblicz, o ile procent więcej pieniędzy będziemy mieli po 4 latach.

Przez  $x$  oznaczmy sumę pieniędzy włożoną na lokatę. Co roku ta suma wzrasta o 5% czyli mnożymy ją przez 1.05. W związku z tym po 4 latach będziemy mieli  $(1.05)^4 \times x \approx 1.22x$ , czyli będziemy mieli o 22% więcej pieniędzy.

## Przykład 6

Wkładamy do banku pewną sumę pieniędzy. Lokata ma oprocentowanie 5% w skali roku (naliczane na koniec roku). Od odsetek musimy odprowadzić 19% podatku. Oblicz, o ile procent więcej pieniędzy będziemy mieli po 3 latach.

## Przykład 6

Wkładamy do banku pewną sumę pieniędzy. Lokata ma oprocentowanie 5% w skali roku (naliczane na koniec roku). Od odsetek musimy odprowadzić 19% podatku. Oblicz, o ile procent więcej pieniędzy będziemy mieli po 3 latach.

Przez  $x$  oznaczmy sumę pieniędzy włożoną na lokatę. Co roku ta suma najpierw wzrasta o 5%, ale od tych 5% musimy odprowadzić 19% podatku. W związku z tym rzeczywisty wzrost po roku to  $5\% \times 0.81 = 4.05\%$ . Czyli co roku zwiększamy naszą kwotę nie o 5%, ale o 4.05%. Po 3 latach będziemy mieli  $(1.0405)^3 \times x \approx 1.13x$ , czyli będziemy mieli o 13% więcej pieniędzy.

Na wejściówkę trzeba umieć rozwiązać zadania podobne do powyższych.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na [T.J.Lechowski@gmail.com](mailto:T.J.Lechowski@gmail.com).