

Dwa równania, dwie niewiadome

Trzeba umieć zastosować metodę wyznaczników do rozwiązania układu dwóch równań z dwiema niewiadomymi.

Definicja

Wyznacznikiem macierzy $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ jest liczba $ad - bc$.

Definicja

Wyznacznikiem macierzy $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ jest liczba $ad - bc$.

Wyznaczniki macierzy $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ oznaczamy $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ lub $\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

Definicja

Dla danego układu równań:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

Wprowadzamy oznaczenia:

$$W = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}$$

$$W_x = \begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix}$$

$$W_y = \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix}$$

Definicja

Dla danego układu równań:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

Wprowadzamy oznaczenia:

$$W = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}$$

$$W_x = \begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix}$$

$$W_y = \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix}$$

Jak to zapamiętać?

Definicja

Dla danego układu równań:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

Wprowadzamy oznaczenia:

$$W = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}$$

$$W_x = \begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix}$$

$$W_y = \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix}$$

Jak to zapamiętać? W to wyznacznik lewej strony równań. W pierwszej kolumnie są współczynniki przy x , w drugiej współczynniki przy y . By wyznaczyć W_x zamieniamy kolumnę x na kolumnę ze współczynnikami z prawej strony równań. Analogicznie, by wyznaczyć W_y zamieniamy kolumnę y na kolumnę ze współczynnikami z prawej strony.

Przykład 1

Wyznacz W , W_x oraz W_y dla poniższego równania:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - y = -4 \end{cases}$$

Przykład 1

Wyznacz W , W_x oraz W_y dla poniższego równania:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - y = -4 \end{cases}$$

$$W = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 9 = -11$$

Przykład 1

Wyznacz W , W_x oraz W_y dla poniższego równania:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - y = -4 \end{cases}$$

$$W = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 9 = -11$$

$$W_x = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -4 & -1 \end{vmatrix} = -1 - (-12) = 11$$

Przykład 1

Wyznacz W , W_x oraz W_y dla poniższego równania:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - y = -4 \end{cases}$$

$$W = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 9 = -11$$

$$W_x = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -4 & -1 \end{vmatrix} = -1 - (-12) = 11$$

$$W_y = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = -8 - 3 = -11$$

Przykład 2

Wyznacz W , W_x oraz W_y dla poniższego równania:

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases}$$

Przykład 2

Wyznacz W , W_x oraz W_y dla poniższego równania:

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases}$$

$$W = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = -4 - (-6) = 2$$

Przykład 2

Wyznacz W , W_x oraz W_y dla poniższego równania:

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases}$$

$$W = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = -4 - (-6) = 2$$

$$W_x = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 7 & -4 \end{vmatrix} = -4 - (-14) = 10$$

Przykład 2

Wyznacz W , W_x oraz W_y dla poniższego równania:

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases}$$

$$W = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = -4 - (-6) = 2$$

$$W_x = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 7 & -4 \end{vmatrix} = -4 - (-14) = 10$$

$$W_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = 7 - 3 = 4$$

Rozwiązania układu równań

Dla danego układu równań

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

Rozwiązania układu równań

Dla danego układu równań

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

- jeśli $W \neq 0$ to układ ten nazywamy oznaczonym. Rozwiązaniami tego układu są $x = \frac{W_x}{W}$ i $y = \frac{W_y}{W}$.

Rozwiązania układu równań

Dla danego układu równań

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

- jeśli $W \neq 0$ to układ ten nazywamy oznaczonym. Rozwiązaniami tego układu są $x = \frac{W_x}{W}$ i $y = \frac{W_y}{W}$.
- jeśli $W = W_x = W_y = 0$ to układ jest nieoznaczony. Ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Rozwiązania układu równań

Dla danego układu równań

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

- jeśli $W \neq 0$ to układ ten nazywamy oznaczonym. Rozwiązaniami tego układu są $x = \frac{W_x}{W}$ i $y = \frac{W_y}{W}$.
- jeśli $W = W_x = W_y = 0$ to układ jest nieoznaczony. Ma nieskończenie wiele rozwiązań.
- jeśli $W = 0$ i W_x lub W_y jest różne od 0 to układ jest sprzeczny - nie ma rozwiązań.

Przykład 3

Rozwiąż poniższe równanie metodą wyznaczników.

$$\begin{cases} 5x - 3y = 11 \\ 4x + 2y = 0 \end{cases}$$

Przykład 3

Rozwiąż poniższe równanie metodą wyznaczników.

$$\begin{cases} 5x - 3y = 11 \\ 4x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$W = \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 10 - (-12) = 22$$

Przykład 3

Rozwiąż poniższe równanie metodą wyznaczników.

$$\begin{cases} 5x - 3y = 11 \\ 4x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$W = \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 10 - (-12) = 22$$

$$W_x = \begin{vmatrix} 11 & -3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 22 - 0 = 22$$

Przykład 3

Rozwiąż poniższe równanie metodą wyznaczników.

$$\begin{cases} 5x - 3y = 11 \\ 4x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$W = \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 10 - (-12) = 22$$

$$W_x = \begin{vmatrix} 11 & -3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 22 - 0 = 22$$

$$W_y = \begin{vmatrix} 5 & 11 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 44 = -44$$

Przykład 3

Rozwiąż poniższe równanie metodą wyznaczników.

$$\begin{cases} 5x - 3y = 11 \\ 4x + 2y = 0 \end{cases}$$

Przykład 3

Rozwiąż poniższe równanie metodą wyznaczników.

$$\begin{cases} 5x - 3y = 11 \\ 4x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$x = \frac{W_x}{W} = \frac{22}{22} = 1$$

Przykład 3

Rozwiąż poniższe równanie metodą wyznaczników.

$$\begin{cases} 5x - 3y = 11 \\ 4x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$x = \frac{W_x}{W} = \frac{22}{22} = 1$$

$$y = \frac{W_y}{W} = \frac{-44}{22} = -2$$

Przykład 4

Rozwiąż poniższe równanie metodą wyznaczników.

$$\begin{cases} 2y = 7 - x \\ 5x + 10 = 5y \end{cases}$$

Przykład 4

Rozwiąż poniższe równanie metodą wyznaczników.

$$\begin{cases} 2y = 7 - x \\ 5x + 10 = 5y \end{cases}$$

Przekształcamy równanie do postaci:

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 5x - 5y = -10 \end{cases}$$

Przykład 4

Rozwiąż poniższe równanie metodą wyznaczników.

$$\begin{cases} 2y = 7 - x \\ 5x + 10 = 5y \end{cases}$$

Przekształcamy równanie do postaci:

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 5x - 5y = -10 \end{cases}$$

Obliczamy

$$W = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -5 \end{vmatrix} = -5 - 10 = -15$$

Przykład 4

Rozwiąż poniższe równanie metodą wyznaczników.

$$\begin{cases} 2y = 7 - x \\ 5x + 10 = 5y \end{cases}$$

Przekształcamy równanie do postaci:

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 5x - 5y = -10 \end{cases}$$

Obliczamy

$$W = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -5 \end{vmatrix} = -5 - 10 = -15$$

$$W_x = \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ -10 & -5 \end{vmatrix} = -35 - (-20) = -15$$

Przykład 4

Rozwiąż poniższe równanie metodą wyznaczników.

$$\begin{cases} 2y = 7 - x \\ 5x + 10 = 5y \end{cases}$$

Przekształcamy równanie do postaci:

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 5x - 5y = -10 \end{cases}$$

Obliczamy

$$W = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -5 \end{vmatrix} = -5 - 10 = -15$$

$$W_x = \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ -10 & -5 \end{vmatrix} = -35 - (-20) = -15$$

$$W_y = \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 5 & -10 \end{vmatrix} = -10 - 35 = -45$$

Przykład 4

Rozwiąż poniższe równanie metodą wyznaczników.

$$\begin{cases} 2y = 7 - x \\ 5x + 10 = 5y \end{cases}$$

Przykład 4

Rozwiąż poniższe równanie metodą wyznaczników.

$$\begin{cases} 2y = 7 - x \\ 5x + 10 = 5y \end{cases}$$

Obliczamy

Przykład 4

Rozwiąż poniższe równanie metodą wyznaczników.

$$\begin{cases} 2y = 7 - x \\ 5x + 10 = 5y \end{cases}$$

Obliczamy

$$x = \frac{W_x}{W} = \frac{-15}{-15} = 1$$

Przykład 4

Rozwiąż poniższe równanie metodą wyznaczników.

$$\begin{cases} 2y = 7 - x \\ 5x + 10 = 5y \end{cases}$$

Obliczamy

$$x = \frac{W_x}{W} = \frac{-15}{-15} = 1$$

$$y = \frac{W_y}{W} = \frac{-45}{-15} = 3$$

Wejściówka

Na wejściówkę trzeba umieć rozwiązać przykłady korzystając z metody wyznaczników.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.