

Postać kanoniczna funkcji kwadratowej

Musimy umieć zapisać funkcję kwadratową w postaci kanonicznej i na tej podstawie odczytać współrzędne wierzchołka i obliczyć miejsca zerowe.

Musimy umieć zapisać funkcję kwadratową w postaci kanonicznej i na tej podstawie odczytać współrzędne wierzchołka i obliczyć miejsca zerowe. Pierwszą część już robiliśmy przy okazji przekształceń funkcji.

Postać kanoniczna

Wzór funkcji kwadratowej w postaci $f(x) = a(x - p)^2 + q$ jest nazywany wzorem w postaci kanonicznej.

Przykład 1 - przypomnienie

Przekształć wzór $y = x^2 + 6x - 2$ do postaci kanonicznej.

Przykład 1 - przypomnienie

Przekształć wzór $y = x^2 + 6x - 2$ do postaci kanonicznej.

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 6x - 2 = \\ &= (x + 3)^2 - 9 - 2 = \\ &= (x + 3)^2 - 11\end{aligned}$$

Przykład 2 - przypomnienie

Przekształć wzór $y = 2x^2 + 8x - 1$ do postaci kanonicznej.

Przykład 2 - przypomnienie

Przekształć wzór $y = 2x^2 + 8x - 1$ do postaci kanonicznej.

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 8x - 1 = \\&= 2(x^2 + 4x - 0.5) = \\&= 2((x + 2)^2 - 4 - 0.5) = \\&= 2(x + 2)^2 - 9\end{aligned}$$

Wierzchołek

Wierzchołek funkcji kwadratowej $f(x) = a(x - p)^2 + q$ ma współrzędne (p, q) .

Wierzchołek

Wierzchołek funkcji kwadratowej $f(x) = a(x - p)^2 + q$ ma współrzędne (p, q) . Uwaga na znaki.

Przykłady

Podaj współrzędne wierzchołka poniższych funkcji kwadratowych:

$$f(x) = 3(x - 1)^2 + 3,$$

Przykłady

Podaj współrzędne wierzchołka poniższych funkcji kwadratowych:

$$f(x) = 3(x - 1)^2 + 3, \text{ wierzchołek: } (1, 3),$$

Przykłady

Podaj współrzędne wierzchołka poniższych funkcji kwadratowych:

$$f(x) = 3(x - 1)^2 + 3, \text{ wierzchołek: } (1, 3),$$

$$f(x) = -4(x + 2)^2 + 1,$$

Przykłady

Podaj współrzędne wierzchołka poniższych funkcji kwadratowych:

$$f(x) = 3(x - 1)^2 + 3, \text{ wierzchołek: } (1, 3),$$

$$f(x) = -4(x + 2)^2 + 1, \text{ wierzchołek: } (-2, 1),$$

Przykłady

Podaj współrzędne wierzchołka poniższych funkcji kwadratowych:

$$f(x) = 3(x - 1)^2 + 3, \text{ wierzchołek: } (1, 3),$$

$$f(x) = -4(x + 2)^2 + 1, \text{ wierzchołek: } (-2, 1),$$

$$f(x) = (x + 3)^2 - 7,$$

Przykłady

Podaj współrzędne wierzchołka poniższych funkcji kwadratowych:

$$f(x) = 3(x - 1)^2 + 3, \text{ wierzchołek: } (1, 3),$$

$$f(x) = -4(x + 2)^2 + 1, \text{ wierzchołek: } (-2, 1),$$

$$f(x) = (x + 3)^2 - 7, \text{ wierzchołek: } (-3, -7),$$

Przykłady

Podaj współrzędne wierzchołka poniższych funkcji kwadratowych:

$$f(x) = 3(x - 1)^2 + 3, \text{ wierzchołek: } (1, 3),$$

$$f(x) = -4(x + 2)^2 + 1, \text{ wierzchołek: } (-2, 1),$$

$$f(x) = (x + 3)^2 - 7, \text{ wierzchołek: } (-3, -7),$$

$$f(x) = -(x - 5)^2 - 4,$$

Przykłady

Podaj współrzędne wierzchołka poniższych funkcji kwadratowych:

$$f(x) = 3(x - 1)^2 + 3, \text{ wierzchołek: } (1, 3),$$

$$f(x) = -4(x + 2)^2 + 1, \text{ wierzchołek: } (-2, 1),$$

$$f(x) = (x + 3)^2 - 7, \text{ wierzchołek: } (-3, -7),$$

$$f(x) = -(x - 5)^2 - 4, \text{ wierzchołek: } (5, -4),$$

Przykłady

Podaj współrzędne wierzchołka poniższych funkcji kwadratowych:

$$f(x) = 3(x - 1)^2 + 3, \text{ wierzchołek: } (1, 3),$$

$$f(x) = -4(x + 2)^2 + 1, \text{ wierzchołek: } (-2, 1),$$

$$f(x) = (x + 3)^2 - 7, \text{ wierzchołek: } (-3, -7),$$

$$f(x) = -(x - 5)^2 - 4, \text{ wierzchołek: } (5, -4),$$

$$f(x) = x^2 - 9,$$

Przykłady

Podaj współrzędne wierzchołka poniższych funkcji kwadratowych:

$$f(x) = 3(x - 1)^2 + 3, \text{ wierzchołek: } (1, 3),$$

$$f(x) = -4(x + 2)^2 + 1, \text{ wierzchołek: } (-2, 1),$$

$$f(x) = (x + 3)^2 - 7, \text{ wierzchołek: } (-3, -7),$$

$$f(x) = -(x - 5)^2 - 4, \text{ wierzchołek: } (5, -4),$$

$$f(x) = x^2 - 9, \text{ wierzchołek: } (0, -9).$$

Miejsca zerowe

Oblicz miejsca zerowe funkcji $f(x) = 2(x - 1)^2 - 8$.

Miejsca zerowe

Oblicz miejsca zerowe funkcji $f(x) = 2(x - 1)^2 - 8$.

Rozwiązujemy:

$$2(x - 1)^2 - 8 = 0$$

Miejsca zerowe

Oblicz miejsca zerowe funkcji $f(x) = 2(x - 1)^2 - 8$.

Rozwiązujemy:

$$2(x - 1)^2 - 8 = 0$$

Dodając do obu stron 8, a później dzieląc na 2, otrzymujemy:

$$(x - 1)^2 = 4$$

Miejsca zerowe

Oblicz miejsca zerowe funkcji $f(x) = 2(x - 1)^2 - 8$.

Rozwiązujemy:

$$2(x - 1)^2 - 8 = 0$$

Dodając do obu stron 8, a później dzieląc na 2, otrzymujemy:

$$(x - 1)^2 = 4$$

Czyli:

$$x - 1 = -2 \quad \vee \quad x - 1 = 2$$

Otrzymujemy $x = -1$ lub $x = 3$.

Miejsca zerowe

Oblicz miejsca zerowe funkcji $f(x) = 2(x + 4)^2 - 6$.

Miejsca zerowe

Oblicz miejsca zerowe funkcji $f(x) = 2(x + 4)^2 - 6$.

Rozwiązujemy:

$$2(x + 4)^2 - 6 = 0$$

Miejsca zerowe

Oblicz miejsca zerowe funkcji $f(x) = 2(x + 4)^2 - 6$.

Rozwiązujemy:

$$2(x + 4)^2 - 6 = 0$$

Dodając do obu stron 6, a później dzieląc na 2, otrzymujemy:

$$(x + 4)^2 = 3$$

Miejsca zerowe

Oblicz miejsca zerowe funkcji $f(x) = 2(x + 4)^2 - 6$.

Rozwiązujemy:

$$2(x + 4)^2 - 6 = 0$$

Dodając do obu stron 6, a później dzieląc na 2, otrzymujemy:

$$(x + 4)^2 = 3$$

Czyli:

$$x + 4 = -\sqrt{3} \quad \vee \quad x + 4 = \sqrt{3}$$

Otrzymujemy $x = -\sqrt{3} - 4$ lub $x = \sqrt{3} - 4$.

W praktyce miejsca zerowe i współrzędne wierzchołka będzie szukali podstawiając dane do wzorów. Powyższe metody pozwalają jednak wprowadzić te wzory (zrobimy to na lekcji) i je lepiej zrozumieć.

Wejściówka

Na wejściówkę trzeba umieć doprowadzić funkcję kwadratową do postaci kanonicznej, odczytać z niej współrzędne wierzchołka i obliczyć miejsca zerowe.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.