

Dwumian Newtona

Dwumian Newtona

Wzór na rozwinięcie dwumianu:

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n} a^0 b^n$$

Dwumian Newtona

Wzór na rozwinięcie dwumianu:

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n} a^0 b^n$$

Obserwacje:

- Współczynniki przy kolejnych wyrazach mają postać $\binom{n}{k}$, gdzie n to potęga, do której podnosimy dwumian, a k to liczba naturalna od 0 do n .
- Potęgi przy wyrazach mają zawsze podstawę $n - k$ przy pierwszym wyrazie i k przy drugim.

Wyraz ogólny

Wyrazem ogólnym rozwinięcia $(a + b)^n$ nazywamy $\binom{n}{k} a^{n-k} b^k$, gdzie k to liczba naturalna od 0 do n .

Przykład 1

Zapisz rozwinięcie $(a + b)^5$ oraz wyraz ogólny tego rozwinięcia.

Przykład 1

Zapisz rozwinięcie $(a + b)^5$ oraz wyraz ogólny tego rozwinięcia.

$$\begin{aligned}(a + b)^5 &= \\ &= \binom{5}{0} a^5 b^0 + \binom{5}{1} a^4 b^1 + \binom{5}{2} a^3 b^2 + \binom{5}{3} a^2 b^3 + \binom{5}{4} a^1 b^4 + \binom{5}{5} a^0 b^5 \\ &= a^5 + 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5ab^4 + b^5\end{aligned}$$

Przykład 1

Zapisz rozwinięcie $(a + b)^5$ oraz wyraz ogólny tego rozwinięcia.

$$\begin{aligned}(a + b)^5 &= \\ &= \binom{5}{0} a^5 b^0 + \binom{5}{1} a^4 b^1 + \binom{5}{2} a^3 b^2 + \binom{5}{3} a^2 b^3 + \binom{5}{4} a^1 b^4 + \binom{5}{5} a^0 b^5 \\ &= a^5 + 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5ab^4 + b^5\end{aligned}$$

Wyraz ogólny to $\binom{5}{k} a^{5-k} b^k$.

Przykład 2

Zapisz rozwinięcie $(x + 3)^4$ oraz wyraz ogólny tego rozwinięcia.

Przykład 2

Zapisz rozwinięcie $(x + 3)^4$ oraz wyraz ogólny tego rozwinięcia.

$$\begin{aligned}(x + 3)^4 &= \\ &= \binom{4}{0} x^4 3^0 + \binom{4}{1} x^3 3^1 + \binom{4}{2} x^2 3^2 + \binom{4}{3} x^1 3^3 + \binom{4}{4} x^0 3^4 \\ &= x^4 + 12x^3 + 54x^2 + 108x + 81\end{aligned}$$

Przykład 2

Zapisz rozwinięcie $(x + 3)^4$ oraz wyraz ogólny tego rozwinięcia.

$$\begin{aligned}(x + 3)^4 &= \\ &= \binom{4}{0} x^4 3^0 + \binom{4}{1} x^3 3^1 + \binom{4}{2} x^2 3^2 + \binom{4}{3} x^1 3^3 + \binom{4}{4} x^0 3^4 \\ &= x^4 + 12x^3 + 54x^2 + 108x + 81\end{aligned}$$

Wyraz ogólny to $\binom{4}{k} x^{4-k} 3^k$.

Przykład 3

Zapisz rozwinięcie $(2x - 1)^4$ oraz wyraz ogólny tego rozwinięcia.

$$\begin{aligned}(2x - 1)^4 &= \\ &= \binom{4}{0}(2x)^4(-1)^0 + \binom{4}{1}(2x)^3(-1)^1 + \binom{4}{2}(2x)^2(-1)^2 + \\ &+ \binom{4}{3}(2x)^1(-1)^3 + \binom{4}{4}(2x)^0(-1)^4 = \\ &= 16x^4 - 32x^3 + 24x^2 - 8x + 1\end{aligned}$$

Przykład 3

Zapisz rozwinięcie $(2x - 1)^4$ oraz wyraz ogólny tego rozwinięcia.

$$\begin{aligned}(2x - 1)^4 &= \\ &= \binom{4}{0}(2x)^4(-1)^0 + \binom{4}{1}(2x)^3(-1)^1 + \binom{4}{2}(2x)^2(-1)^2 + \\ &+ \binom{4}{3}(2x)^1(-1)^3 + \binom{4}{4}(2x)^0(-1)^4 = \\ &= 16x^4 - 32x^3 + 24x^2 - 8x + 1\end{aligned}$$

Wyraz ogólny to $\binom{4}{k}(2x)^{4-k}(-1)^k$.

Przykłady 4

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

i. $(2x + 3)^5$

Przykłady 4

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

i. $(2x + 3)^5 \quad \binom{5}{k} (2x)^{5-k} 3^k$

Przykłady 4

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

i. $(2x + 3)^5 \quad \binom{5}{k} (2x)^{5-k} 3^k$

ii. $(3x - 1)^7$

Przykłady 4

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

$$\text{i. } (2x + 3)^5 \quad \binom{5}{k} (2x)^{5-k} 3^k$$

$$\text{ii. } (3x - 1)^7 \quad \binom{7}{k} (3x)^{7-k} (-1)^k$$

Przykłady 4

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

i. $(2x + 3)^5$ $\binom{5}{k} (2x)^{5-k} 3^k$

ii. $(3x - 1)^7$ $\binom{7}{k} (3x)^{7-k} (-1)^k$

iii. $(5x^2 - 2)^9$

Przykłady 4

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

$$\text{i. } (2x + 3)^5 \quad \binom{5}{k} (2x)^{5-k} 3^k$$

$$\text{ii. } (3x - 1)^7 \quad \binom{7}{k} (3x)^{7-k} (-1)^k$$

$$\text{iii. } (5x^2 - 2)^9 \quad \binom{9}{k} (5x^2)^{9-k} (-2)^k$$

Przykłady 5

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

i. $(x - 2x^2)^6$

Przykłady 5

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

i. $(x - 2x^2)^6 \quad \binom{6}{k} (x)^{6-k} (-2x^2)^k$

Przykłady 5

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

i. $(x - 2x^2)^6 \quad \binom{6}{k} (x)^{6-k} (-2x^2)^k$

ii. $(3x^3 - 5)^{11}$

Przykłady 5

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

$$\text{i. } (x - 2x^2)^6 \quad \binom{6}{k} (x)^{6-k} (-2x^2)^k$$

$$\text{ii. } (3x^3 - 5)^{11} \quad \binom{11}{k} (3x^3)^{11-k} (-5)^k$$

Przykłady 5

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

$$\text{i. } (x - 2x^2)^6 \quad \binom{6}{k} (x)^{6-k} (-2x^2)^k$$

$$\text{ii. } (3x^3 - 5)^{11} \quad \binom{11}{k} (3x^3)^{11-k} (-5)^k$$

$$\text{iii. } \left(\frac{2}{x} - 3x\right)^4$$

Przykłady 5

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

$$\text{i. } (x - 2x^2)^6 \quad \binom{6}{k} (x)^{6-k} (-2x^2)^k$$

$$\text{ii. } (3x^3 - 5)^{11} \quad \binom{11}{k} (3x^3)^{11-k} (-5)^k$$

$$\text{iii. } \left(\frac{2}{x} - 3x\right)^4 \quad \binom{4}{k} \left(\frac{2}{x}\right)^{4-k} (-3x)^k$$

Przykłady 5

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

i. $\left(\frac{1}{x} + 2x^2\right)^5$

Przykłady 5

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

$$i. \left(\frac{1}{x} + 2x^2\right)^5 = \binom{5}{k} \left(\frac{1}{x}\right)^{5-k} (2x^2)^k$$

Przykłady 5

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

$$\text{i. } \left(\frac{1}{x} + 2x^2\right)^5 = \binom{5}{k} \left(\frac{1}{x}\right)^{5-k} (2x^2)^k$$

$$\text{ii. } \left(\frac{3}{x^2} - 1\right)^7$$

Przykłady 5

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

$$\text{i. } \left(\frac{1}{x} + 2x^2\right)^5 = \binom{5}{k} \left(\frac{1}{x}\right)^{5-k} (2x^2)^k$$

$$\text{ii. } \left(\frac{3}{x^2} - 1\right)^7 = \binom{7}{k} \left(\frac{3}{x^2}\right)^{7-k} (-1)^k$$

Przykłady 5

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

$$\text{i. } \left(\frac{1}{x} + 2x^2\right)^5 = \binom{5}{k} \left(\frac{1}{x}\right)^{5-k} (2x^2)^k$$

$$\text{ii. } \left(\frac{3}{x^2} - 1\right)^7 = \binom{7}{k} \left(\frac{3}{x^2}\right)^{7-k} (-1)^k$$

$$\text{iii. } \left(\frac{x}{2} - \frac{5}{x}\right)^8$$

Przykłady 5

Zapisz wyrazy ogólne poniższych rozwinięć

$$\text{i. } \left(\frac{1}{x} + 2x^2\right)^5 = \binom{5}{k} \left(\frac{1}{x}\right)^{5-k} (2x^2)^k$$

$$\text{ii. } \left(\frac{3}{x^2} - 1\right)^7 = \binom{7}{k} \left(\frac{3}{x^2}\right)^{7-k} (-1)^k$$

$$\text{iii. } \left(\frac{x}{2} - \frac{5}{x}\right)^8 = \binom{8}{k} \left(\frac{x}{2}\right)^{8-k} \left(-\frac{5}{x}\right)^k$$

Przykład 6

Zapisz rozwinięcie $\left(\frac{2}{x} - x^2\right)^4$ oraz wyraz ogólny tego rozwinięcia.

Przykład 6

Zapisz rozwinięcie $\left(\frac{2}{x} - x^2\right)^4$ oraz wyraz ogólny tego rozwinięcia.

Wyraz ogólny to $\binom{4}{k} \left(\frac{2}{x}\right)^{4-k} (-x^2)^k$.

Przykład 6

Zapisz rozwinięcie $\left(\frac{2}{x} - x^2\right)^4$ oraz wyraz ogólny tego rozwinięcia.

Wyraz ogólny to $\binom{4}{k} \left(\frac{2}{x}\right)^{4-k} (-x^2)^k$.

$$\begin{aligned}\left(\frac{2}{x} - x^2\right)^4 &= \\ &= \binom{4}{0} \left(\frac{2}{x}\right)^4 (-x^2)^0 + \binom{4}{1} \left(\frac{2}{x}\right)^3 (-x^2)^1 + \binom{4}{2} \left(\frac{2}{x}\right)^2 (-x^2)^2 + \\ &+ \binom{4}{3} \left(\frac{2}{x}\right)^1 (-x^2)^3 + \binom{4}{4} \left(\frac{2}{x}\right)^0 (-x^2)^4 = \\ &= \frac{16}{x^4} - \frac{32}{x} + 24x^2 - 8x^5 + x^8\end{aligned}$$

Na wejściówkę trzeba umieć zapisać wyraz ogólny dwumianu Newtona i rozwinąć proste dwumiany.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.