

# Wzory skróconego mnożenia

Musimy umieć zastosować wzory skróconego mnożenia do upraszczania ułamków i rozwiązywania równań.

## Różnica sześcianów

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

## Suma sześcianów

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

## Przykład 1

Udowodnij, że liczba  $41^3 - 38^3$  jest podzielna przez 3.

## Przykład 1

Udowodnij, że liczba  $41^3 - 38^3$  jest podzielna przez 3.

$$41^3 - 38^3 = (41 - 38)(41^2 + 41 \times 38 + 41^2) = 3 \times (41^2 + 41 \times 38 + 41^2)$$

## Przykład 1

Udowodnij, że liczba  $41^3 - 38^3$  jest podzielna przez 3.

$$41^3 - 38^3 = (41 - 38)(41^2 + 41 \times 38 + 41^2) = 3 \times (41^2 + 41 \times 38 + 41^2)$$

$41^3 - 38^3 = 3m$ , gdzie  $m \in \mathbb{Z}$ , a więc  $41^3 - 38^3$  jest podzielne przez 3.

## Przykład 2

Udowodnij, że liczba  $19^6 - 13^6$  jest podzielna przez 6.

## Przykład 2

Udowodnij, że liczba  $19^6 - 13^6$  jest podzielna przez 6.

$$\begin{aligned}19^6 - 13^6 &= \\ &= (19^2)^3 - (13^2)^3 = \\ &= (19^2 - 13^2)(19^4 - 19^2 \times 13^2 + 13^4) = \\ &= (19 - 13)(19 + 13)(19^4 - 19^2 \times 13^2 + 13^4) = \\ &= 6 \times (19 + 13)(19^4 - 19^2 \times 13^2 + 13^4)\end{aligned}$$

$19^6 - 13^6 = 6m$ , gdzie  $m \in \mathbb{Z}$ , a więc  $19^6 - 13^6$  jest podzielne przez 6.



## Przykład 3

Uprość ułamek

$$\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$$

Podaj konieczne założenia.

## Przykład 3

Uprość ułamek

$$\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$$

Podaj konieczne założenia.

Mianownik nie może być 0, a więc  $x \neq \pm 2$ , czyli  $x \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$ .

## Przykład 3

Uprość ułamek

$$\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$$

Podaj konieczne założenia.

Mianownik nie może być 0, a więc  $x \neq \pm 2$ , czyli  $x \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$ . Uwaga: założenia trzeba zrobić przed skracaniem.

## Przykład 3

Uprość ułamek

$$\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$$

Podaj konieczne założenia.

Mianownik nie może być 0, a więc  $x \neq \pm 2$ , czyli  $x \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$ . Uwaga: założenia trzeba zrobić przed skracaniem.

$$\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} = \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$$

## Przykład 4

Uprość ułamek

$$\frac{x^3 + 27}{x^2 + 6x + 9}$$

Podaj konieczne założenia.

## Przykład 4

Uprość ułamek

$$\frac{x^3 + 27}{x^2 + 6x + 9}$$

Podaj konieczne założenia.

Mianownik nie może być 0, a więc  $x \neq -3$ , czyli  $x \in \mathbb{R} - \{-3\}$ .

## Przykład 4

Uprość ułamek

$$\frac{x^3 + 27}{x^2 + 6x + 9}$$

Podaj konieczne założenia.

Mianownik nie może być 0, a więc  $x \neq -3$ , czyli  $x \in \mathbb{R} - \{-3\}$ .

$$\frac{x^3 + 27}{x^2 + 6x + 9} = \frac{(x + 3)(x^2 - 3x + 9)}{(x + 3)^2} = \frac{x^2 - 3x + 9}{x + 3}$$

## Skrócone mnożenie

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$



## Skrócone mnożenie

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

## Przykład 5

Wykonaj działania i przeprowadź redukcję wyrazów podobnych w wyrażeniu  $(x + 2)^3 - (2x - 1)^3 + (x - 2)(x + 2) - (x - 2)^2$ .

## Przykład 5

Wykonaj działania i przeprowadź redukcję wyrazów podobnych w wyrażeniu  $(x + 2)^3 - (2x - 1)^3 + (x - 2)(x + 2) - (x - 2)^2$ .

$$\begin{aligned} & (x + 2)^3 - (2x - 1)^3 + (x - 2)(x + 2) - (x - 2)^2 = \\ & = (x^3 + 6x^2 + 12x + 8) - (8x^3 - 12x^2 + 6x - 1) + (x^2 - 4) - (x^2 - 4x + 4) \\ & = x^3 + 6x^2 + 12x + 8 - 8x^3 + 12x^2 - 6x + 1 + x^2 - 4 - x^2 + 4x - 4 = \\ & = -7x^3 + 18x^2 + 10x + 1 \end{aligned}$$

Na wejściówkę trzeba umieć zastosować wprowadzone wzory.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na [T.J.Lechowski@gmail.com](mailto:T.J.Lechowski@gmail.com).