

# Największa i najmniejsza wartość funkcji

Musimy umieć obliczyć największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowym w danym przedziale domkniętym.

Mając daną funkcję kwadratową  $f(x) = ax^2 + bx + c$  i przedział domknięty  $\langle d, e \rangle$ , by obliczyć największą i najmniejszą wartość tej funkcji w danym przedziale postępujemy następująco:

Mając daną funkcję kwadratową  $f(x) = ax^2 + bx + c$  i przedział domknięty  $\langle d, e \rangle$ , by obliczyć największą i najmniejszą wartość tej funkcji w danym przedziale postępujemy następująco:

1. Sprawdzamy, czy współrzędna  $x$  wierzchołka paraboli będącej wykresem naszej funkcji mieści się w danym przedziale.

Mając daną funkcję kwadratową  $f(x) = ax^2 + bx + c$  i przedział domknięty  $\langle d, e \rangle$ , by obliczyć największą i najmniejszą wartość tej funkcji w danym przedziale postępujemy następująco:

1. Sprawdzamy, czy współrzędna  $x$  wierzchołka paraboli będącej wykresem naszej funkcji mieści się w danym przedziale.
2. Jeśli tak, to porównujemy 3 wartości: współrzędna  $y$  wierzchołka oraz  $f(d)$  i  $f(e)$ , czyli wartości na krańcach przedziału.

Mając daną funkcję kwadratową  $f(x) = ax^2 + bx + c$  i przedział domknięty  $\langle d, e \rangle$ , by obliczyć największą i najmniejszą wartość tej funkcji w danym przedziale postępujemy następująco:

1. Sprawdzamy, czy współrzędna  $x$  wierzchołka paraboli będącej wykresem naszej funkcji mieści się w danym przedziale.
2. Jeśli tak, to porównujemy 3 wartości: współrzędna  $y$  wierzchołka oraz  $f(d)$  i  $f(e)$ , czyli wartości na krańcach przedziału.
3. Jeśli nie, to porównujemy jedynie  $f(d)$  i  $f(e)$ .

Mając daną funkcję kwadratową  $f(x) = ax^2 + bx + c$  i przedział domknięty  $\langle d, e \rangle$ , by obliczyć największą i najmniejszą wartość tej funkcji w danym przedziale postępujemy następująco:

1. Sprawdzamy, czy współrzędna  $x$  wierzchołka paraboli będącej wykresem naszej funkcji mieści się w danym przedziale.
2. Jeśli tak, to porównujemy 3 wartości: współrzędną  $y$  wierzchołka oraz  $f(d)$  i  $f(e)$ , czyli wartości na krańcach przedziału.
3. Jeśli nie, to porównujemy jedynie  $f(d)$  i  $f(e)$ .

By znaleźć największą i najmniejszą wartość funkcji, wybieramy oczywiście odpowiednio największą i najmniejszą z porównywanych wartości.

# Przykład 1

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji  $f(x) = 2x^2 + x - 1$  w przedziale  $\langle -2, 3 \rangle$ .



# Przykład 1

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji  $f(x) = 2x^2 + x - 1$  w przedziale  $\langle -2, 3 \rangle$ .

1. Współrzędna  $x$  wierzchołka:  $x_w = \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{4}$ .  $x_w \in \langle -2, 3 \rangle$ .

# Przykład 1

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji  $f(x) = 2x^2 + x - 1$  w przedziale  $\langle -2, 3 \rangle$ .

1. Współrzędna  $x$  wierzchołka:  $x_w = \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{4}$ .  $x_w \in \langle -2, 3 \rangle$ .
2. Obliczamy współrzędną  $y$  wierzchołka oraz  $f(-2)$  i  $f(3)$

$$y_w = \frac{-\Delta}{4a} = -\frac{9}{8},$$

$$f(-2) = 5,$$

$$f(3) = 20.$$

# Przykład 1

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji  $f(x) = 2x^2 + x - 1$  w przedziale  $\langle -2, 3 \rangle$ .

1. Współrzędna  $x$  wierzchołka:  $x_w = \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{4}$ .  $x_w \in \langle -2, 3 \rangle$ .

2. Obliczamy współrzędną  $y$  wierzchołka oraz  $f(-2)$  i  $f(3)$

$$y_w = \frac{-\Delta}{4a} = -\frac{9}{8},$$

$$f(-2) = 5,$$

$$f(3) = 20.$$

Największą wartością funkcji  $f(x) = 2x^2 + x - 1$  w przedziale  $\langle -2, 3 \rangle$  jest 20, najmniejszą  $-\frac{9}{8}$ .

## Przykład 2

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji  $f(x) = -x^2 + 5x - 1$  w przedziale  $\langle -1, 2 \rangle$ .

## Przykład 2

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji  $f(x) = -x^2 + 5x - 1$  w przedziale  $\langle -1, 2 \rangle$ .

1. Współrzędna  $x$  wierzchołka:  $x_w = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{-2} = 2.5$ .  $x_w \notin \langle -1, 2 \rangle$ .

## Przykład 2

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji  $f(x) = -x^2 + 5x - 1$  w przedziale  $\langle -1, 2 \rangle$ .

1. Współrzędna  $x$  wierzchołka:  $x_w = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{-2} = 2.5$ .  $x_w \notin \langle -1, 2 \rangle$ .
2. Obliczamy  $f(-1)$  i  $f(2)$   
 $f(-1) = -7,$   
 $f(2) = 5.$

## Przykład 2

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji  $f(x) = -x^2 + 5x - 1$  w przedziale  $\langle -1, 2 \rangle$ .

1. Współrzędna  $x$  wierzchołka:  $x_w = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{-2} = 2.5$ .  $x_w \notin \langle -1, 2 \rangle$ .
2. Obliczamy  $f(-1)$  i  $f(2)$   
 $f(-1) = -7$ ,  
 $f(2) = 5$ .

Największą wartością funkcji funkcji  $f(x) = -x^2 + 5x - 1$  w przedziale  $\langle -1, 2 \rangle$  jest 5, najmniejszą  $-7$ .

## Przykład 3

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji  $f(x) = 3x^2 + x + 2$  w przedziale  $\langle -3, 1 \rangle$ .



## Przykład 3

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji  $f(x) = 3x^2 + x + 2$  w przedziale  $\langle -3, 1 \rangle$ .

1. Współrzędna  $x$  wierzchołka:  $x_w = \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{6}$ .  $x_w \in \langle -3, 1 \rangle$ .

## Przykład 3

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji  $f(x) = 3x^2 + x + 2$  w przedziale  $\langle -3, 1 \rangle$ .

1. Współrzędna  $x$  wierzchołka:  $x_w = \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{6}$ .  $x_w \in \langle -3, 1 \rangle$ .
2. Obliczamy współrzędną  $y$  wierzchołka oraz  $f(-3)$  i  $f(1)$

$$y_w = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{23}{12},$$

$$f(-3) = 26,$$

$$f(1) = 6.$$

## Przykład 3

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji  $f(x) = 3x^2 + x + 2$  w przedziale  $\langle -3, 1 \rangle$ .

1. Współrzędna  $x$  wierzchołka:  $x_w = \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{6}$ .  $x_w \in \langle -3, 1 \rangle$ .

2. Obliczamy współrzędną  $y$  wierzchołka oraz  $f(-3)$  i  $f(1)$

$$y_w = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{23}{12},$$

$$f(-3) = 26,$$

$$f(1) = 6.$$

Największą wartością funkcji  $f(x) = 3x^2 + x + 2$  w przedziale  $\langle -3, 1 \rangle$  jest 26, najmniejszą  $\frac{23}{12}$ .

Możecie sami popробować z wymyślonymi przykładami i sprawdzać je rysując wykresy na <https://www.desmos.com/calculator>.  
By narysować funkcję w określonym przedziale wpisujemy ją następująco  $f(x) = \{-3 \leq x \leq 1 : 3x^2 + x + 2\}$ . Program narysuje wtedy funkcję z przykładu 3 (określöną na danym przedziale).

# Wejściówka

Na wejściówkę trzeba umieć umieć obliczyć największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na [T.J.Lechowski@gmail.com](mailto:T.J.Lechowski@gmail.com).