Nierówności kwadratowe

Musimy umieć rozwiązać nierówności kwadratowe.

Ogólna strategia

By rozwiązać nierówność:

$$f(x) > 0$$

gdzie $f(x)$ jest funkcją kwadratową, będziemy szkicowali $f(x)$ i sprawdzali, gdzie funkcja leży nad osią OX.

Ogólna strategia

By rozwiązać nierówność:

$$f(x) > 0$$

gdzie $f(x)$ jest funkcją kwadratową, będziemy szkicowali $f(x)$ i sprawdzali, gdzie funkcja leży nad osią OX.

Normalnie, by narysować funkcję kwadratową potrzebne nam są:

- miejsca zerowe,
- przecięcie z osią OY,
- wierzchołek.

Ogólna strategia

By rozwiązać nierówność:

$$f(x) > 0$$

gdzie $f(x)$ jest funkcją kwadratową, będziemy szkicowali $f(x)$ i sprawdzali, gdzie funkcja leży nad osią OX.

Ogólna strategia

By rozwiązać nierówność:

$$f(x) > 0$$

gdzie $f(x)$ jest funkcją kwadratową, będziemy szkicowali $f(x)$ i sprawdzali, gdzie funkcja leży nad osią OX.

Na potrzeby rozwiązania nierówności wystarczą

- miejsca zerowe,
- współczynnik a (zależnie od znaku a narysujemy ramiona do góry bądź do dołu).

Ogólna strategia

Oczywiście w przypadku, gdy nasza nierówność jest $<$, $\leqslant$ lub $\geqslant$, patrzymy odpowiednio, kiedy wykres jest pod OX ($<$), nie jest nad OX ($\leqslant$), nie jest pod OX ($\geqslant$).

Przykład 1

Rozwiąż:

$$x^2 - 4x + 3 > 0$$

Miejsca zerowe: $x_1 = 1$, $x_2 = 3$.

Przykład 1

Rozwiąż:

$$x^2 - 4x + 3 > 0$$

Miejsca zerowe: $x_1 = 1$, $x_2 = 3$.

$a = 1 > 0$ czyli ramiona do góry.

Przykład 1

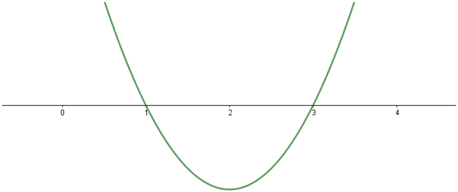
Rozwiąż:

$$x^2 - 4x + 3 > 0$$

Miejsca zerowe: $x_1 = 1$, $x_2 = 3$.

$a = 1 > 0$ czyli ramiona do góry.

Pomocniczy szkic:



Rozwiązanie: $x \in (-\infty, 1) \cup (3, \infty)$

Przykład 2

Rozwiąż:

$$x^2 - 6x - 16 < 0$$

Miejsca zerowe: $x_1 = -2$, $x_2 = 8$.

Przykład 2

Rozwiąż:

$$x^2 - 6x - 16 < 0$$

Miejsca zerowe: $x_1 = -2$, $x_2 = 8$.

$a = 1 > 0$ czyli ramiona do góry.

Przykład 2

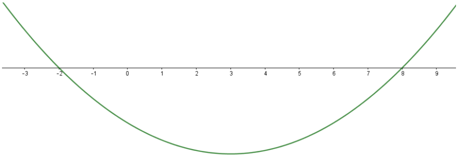
Rozwiąż:

$$x^2 - 6x - 16 < 0$$

Miejsca zerowe: $x_1 = -2$, $x_2 = 8$.

$a = 1 > 0$ czyli ramiona do góry.

Pomocniczy szkic:



Rozwiązanie: $x \in (-2, 8)$

Przykład 3

Rozwiąż:

$$9 - x^2 \geqslant 0$$

Miejsca zerowe: $x_1 = -3$, $x_2 = 3$.

Przykład 3

Rozwiąż:

$$9 - x^2 \geqslant 0$$

Miejsca zerowe: $x_1 = -3$, $x_2 = 3$.

$a = -1 < 0$ czyli ramiona do dołu.

Przykład 3

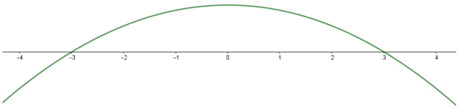
Rozwiąż:

$$9 - x^2 \geqslant 0$$

Miejsca zerowe: $x_1 = -3$, $x_2 = 3$.

$a = -1 < 0$ czyli ramiona do dołu.

Pomocniczy szkic:



Rozwiązanie: $x \in \langle -3, 3 \rangle$

Komentarz do przykładów 1,2,3

W przykładzie 1 nasza funkckja kwadratowa miała być większa od zera $(>)$, więc sprawdzaliśmy, dla jakich argumentów (x), ta funkcja leży nad osią OX (y jest większy od 0). W przykładzie 2 funkcja miała być mniejsza od zera, więc sprawdzaliśmy, dla jakich argumentów, leży pod osią OX. W przykładzie 3 funkcja mała być niemniejsza od zera, więc sprawdzaliśmy, dla jakich argumentów nie leży pod osią OX.

Przykład 4

Rozwiąż:

$$(x-2)^2 - 5x > (2x-1)^2 + 2$$

Przykład 4

Rozwiąż:

$$(x-2)^2 - 5x > (2x-1)^2 + 2$$

Na początku wszystko wymnażamy i przerzucamy na jedną stronę, by nasz problem zredukować do analogicznego do powyższych.

Przykład 4

Rozwiąż:

$$(x-2)^2 - 5x > (2x-1)^2 + 2$$

Na początku wszystko wymnażamy i przerzucamy na jedną stronę, by nasz problem zredukować do analogicznego do powyższych. Dostajemy:

$$-3x^2 - 5x + 3 > 0$$

Przykład 4

$$-3x^2 - 5x + 3 > 0$$

Miejsca zerowe: $x_1 = -2$, $x_2 = \frac{1}{3}$.

Przykład 4

$$-3x^2 - 5x + 3 > 0$$

Miejsca zerowe: $x_1 = -2$, $x_2 = \frac{1}{3}$.

$a = -3 < 0$ czyli ramiona do dołu.

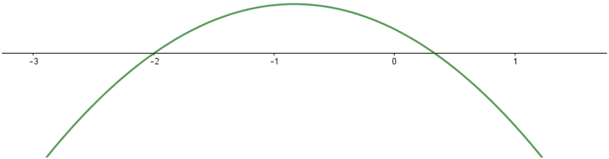
Przykład 4

$$-3x^2 - 5x + 3 > 0$$

Miejsca zerowe: $x_1 = -2$, $x_2 = \frac{1}{3}$.

$a = -3 < 0$ czyli ramiona do dołu.

Pomocniczy szkic:



Rozwiązanie: $x \in (-2, \frac{1}{3})$

Przykład 5

Rozwiąż:

$$4x^2 + 2x + 6 > 0$$

Miejsca zerowe: $\Delta < 0$, nie ma miejsc zerowych.

Przykład 5

Rozwiąż:

$$4x^2 + 2x + 6 > 0$$

Miejsca zerowe: $\Delta < 0$, nie ma miejsc zerowych.

$a = 4 > 0$ czyli ramiona do góry.

Przykład 5

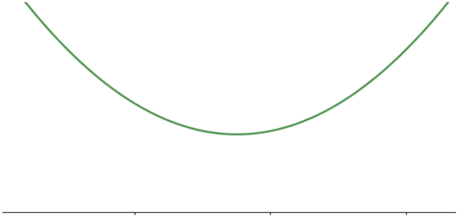
Rozwiąż:

$$4x^2 + 2x + 6 > 0$$

Miejsca zerowe: $\Delta < 0$, nie ma miejsc zerowych.

$a = 4 > 0$ czyli ramiona do góry.

Pomocniczy szkic:



Rozwiązanie: $x \in \mathbb{R}$

Wejściówka

Na wejściówkę trzeba umieć rozwiązać nierówności kwadratowe.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.