

Potęgowanie

Musimy umieć obliczyć wyrażenia, w których występują wymierne wykładniki.

Wymierny wykładnik

Definicja

Dla dowolnego $a \geq 0$ i $n \in \mathbb{Z}^+$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

Wymierny wykładnik

Definicja

Dla dowolnego $a \geq 0$ i $n \in \mathbb{Z}^+$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

Prosta konsekwencja

Dla dowolnego $a \geq 0$ i $m, n \in \mathbb{Z}^+$

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m$$

Przykłady 1

Oblicz:

a) $64^{\frac{1}{3}}$

Przykłady 1

Oblicz:

$$\text{a) } 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$$

Przykłady 1

Oblicz:

a) $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$

b) $75^{\frac{1}{2}}$

Przykłady 1

Oblicz:

$$\text{a) } 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$$

$$\text{b) } 75^{\frac{1}{2}} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

Przykłady 1

Oblicz:

a) $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$

b) $75^{\frac{1}{2}} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

c) $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}}$

Przykłady 1

Oblicz:

$$\text{a) } 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$$

$$\text{b) } 75^{\frac{1}{2}} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$$

Przykłady 1

Oblicz:

a) $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$

b) $75^{\frac{1}{2}} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

c) $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$

d) $(1.44)^{\frac{1}{2}}$

Przykłady 1

Oblicz:

$$a) 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$$

$$b) 75^{\frac{1}{2}} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

$$c) \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$$

$$d) (1.44)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{1.44} = 1.2$$

Przykłady 1

Oblicz:

a) $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$

b) $75^{\frac{1}{2}} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

c) $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$

d) $(1.44)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{1.44} = 1.2$

e) $\left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$

Przykłady 1

Oblicz:

$$\text{a) } 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$$

$$\text{b) } 75^{\frac{1}{2}} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{d) } (1.44)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{1.44} = 1.2$$

$$\text{e) } \left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}$$

Przykłady 2

Oblicz:

a) $25^{\frac{3}{2}}$

Przykłady 2

Oblicz:

$$\text{a) } 25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$$

Przykłady 2

Oblicz:

a) $25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$

b) $216^{\frac{2}{3}}$

Przykłady 2

Oblicz:

$$a) 25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$$

$$b) 216^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{216})^2 = 36$$

Przykłady 2

Oblicz:

a) $25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$

b) $216^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{216})^2 = 36$

c) $(\frac{1}{8})^{\frac{5}{3}}$

Przykłady 2

Oblicz:

$$\text{a) } 25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$$

$$\text{b) } 216^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{216})^2 = 36$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{5}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{1}{8}}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

Przykłady 2

Oblicz:

$$\text{a) } 25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$$

$$\text{b) } 216^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{216})^2 = 36$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{5}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{1}{8}}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

$$\text{d) } \left(\frac{81}{256}\right)^{\frac{3}{4}}$$

Przykłady 2

Oblicz:

$$\text{a) } 25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$$

$$\text{b) } 216^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{216})^2 = 36$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{5}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{1}{8}}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

$$\text{d) } \left(\frac{81}{256}\right)^{\frac{3}{4}} = \left(\sqrt[4]{\frac{81}{256}}\right)^3 = \frac{27}{64}$$

Przykłady 2

Oblicz:

$$a) 25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$$

$$b) 216^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{216})^2 = 36$$

$$c) \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{5}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{1}{8}}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

$$d) \left(\frac{81}{256}\right)^{\frac{3}{4}} = \left(\sqrt[4]{\frac{81}{256}}\right)^3 = \frac{27}{64}$$

$$e) \left(6\frac{1}{4}\right)^{\frac{5}{2}}$$

Przykłady 2

Oblicz:

$$\text{a) } 25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$$

$$\text{b) } 216^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{216})^2 = 36$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{5}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{1}{8}}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

$$\text{d) } \left(\frac{81}{256}\right)^{\frac{3}{4}} = \left(\sqrt[4]{\frac{81}{256}}\right)^3 = \frac{27}{64}$$

$$\text{e) } \left(6\frac{1}{4}\right)^{\frac{5}{2}} = \left(\sqrt{\frac{25}{4}}\right)^5 = \frac{3125}{32}$$

Ujemne wykładniki

Przypomnienie:

Ujemne potęgi

Dla $a \neq 0$ oraz $n \in \mathbb{Z}$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Prosta konsekwencja

Dla $a \neq 0$, $b \neq 0$ oraz $n \in \mathbb{Z}$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Ujemne wykładniki

W połączeniu z poprzednimi zasadami mamy:

Ujemne potęgi

Dla $a, b > 0$ oraz $m, n \in \mathbb{Z}$, $n \neq 0$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{\frac{b}{a}}\right)^m$$

Przykłady 3

Oblicz:

a) $27^{-\frac{1}{3}}$

Przykłady 3

Oblicz:

$$\text{a) } 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

Przykłady 3

Oblicz:

$$\text{a) } 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } 144^{-\frac{1}{2}}$$

Przykłady 3

Oblicz:

$$\text{a) } 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } 144^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{144}} = \frac{1}{12}$$

Przykłady 3

Oblicz:

$$\text{a) } 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } 144^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{144}} = \frac{1}{12}$$

$$\text{c) } \left(\frac{100}{169}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Przykłady 3

Oblicz:

$$\text{a) } 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } 144^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{144}} = \frac{1}{12}$$

$$\text{c) } \left(\frac{100}{169}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{13}{10}$$

Przykłady 3

Oblicz:

$$\text{a) } 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } 144^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{144}} = \frac{1}{12}$$

$$\text{c) } \left(\frac{100}{169}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{13}{10}$$

$$\text{d) } \left(\frac{343}{125}\right)^{-\frac{2}{3}}$$

Przykłady 3

Oblicz:

$$a) 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

$$b) 144^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{144}} = \frac{1}{12}$$

$$c) \left(\frac{100}{169}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{13}{10}$$

$$d) \left(\frac{343}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{125}{343}}\right)^2 = \frac{25}{49}$$

Przykłady 3

Oblicz:

$$\text{a) } 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } 144^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{144}} = \frac{1}{12}$$

$$\text{c) } \left(\frac{100}{169}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{13}{10}$$

$$\text{d) } \left(\frac{343}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{125}{343}}\right)^2 = \frac{25}{49}$$

$$\text{e) } \left(\frac{32}{243}\right)^{-\frac{3}{5}}$$

Przykłady 3

Oblicz:

$$\text{a) } 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } 144^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{144}} = \frac{1}{12}$$

$$\text{c) } \left(\frac{100}{169}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{13}{10}$$

$$\text{d) } \left(\frac{343}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{125}{343}}\right)^2 = \frac{25}{49}$$

$$\text{e) } \left(\frac{32}{243}\right)^{-\frac{3}{5}} = \left(\sqrt[5]{\frac{243}{32}}\right)^3 = \frac{27}{8}$$

Na wejściówkę trzeba umieć zastosować powyższe zasady działania na potęgach do obliczenia złożonych wyrażeń.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.