

# Potęgowanie

Musimy umieć obliczyć wyrażenia, w których występują wymierne wykładniki.

# Wymierny wykładnik

## Definicja

Dla dowolnego  $a \geq 0$  i  $n \in \mathbb{Z}^+$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

# Wymierny wykładnik

## Definicja

Dla dowolnego  $a \geq 0$  i  $n \in \mathbb{Z}^+$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

## Prosta konsekwencja

Dla dowolnego  $a \geq 0$  i  $m, n \in \mathbb{Z}^+$

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m$$

# Przykłady 1

Oblicz:

a)  $64^{\frac{1}{3}}$

# Przykłady 1

Oblicz:

$$\text{a) } 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$$

# Przykłady 1

Oblicz:

a)  $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$

b)  $75^{\frac{1}{2}}$

# Przykłady 1

Oblicz:

$$\text{a) } 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$$

$$\text{b) } 75^{\frac{1}{2}} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$



# Przykłady 1

Oblicz:

a)  $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$

b)  $75^{\frac{1}{2}} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

c)  $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}}$

# Przykłady 1

Oblicz:

$$\text{a) } 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$$

$$\text{b) } 75^{\frac{1}{2}} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$$

# Przykłady 1

Oblicz:

a)  $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$

b)  $75^{\frac{1}{2}} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

c)  $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$

d)  $(1.44)^{\frac{1}{2}}$

# Przykłady 1

Oblicz:

$$\text{a) } 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$$

$$\text{b) } 75^{\frac{1}{2}} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{d) } (1.44)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{1.44} = 1.2$$

# Przykłady 1

Oblicz:

a)  $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$

b)  $75^{\frac{1}{2}} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

c)  $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$

d)  $(1.44)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{1.44} = 1.2$

e)  $\left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$

# Przykłady 1

Oblicz:

$$\text{a) } 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$$

$$\text{b) } 75^{\frac{1}{2}} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{d) } (1.44)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{1.44} = 1.2$$

$$\text{e) } \left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}$$

## Przykłady 2

Oblicz:

a)  $25^{\frac{3}{2}}$

## Przykłady 2

Oblicz:

$$a) 25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$$



## Przykłady 2

Oblicz:

a)  $25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$

b)  $216^{\frac{2}{3}}$

## Przykłady 2

Oblicz:

$$\text{a) } 25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$$

$$\text{b) } 216^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{216})^2 = 36$$

## Przykłady 2

Oblicz:

a)  $25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$

b)  $216^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{216})^2 = 36$

c)  $(\frac{1}{8})^{\frac{5}{3}}$

## Przykłady 2

Oblicz:

$$\text{a) } 25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$$

$$\text{b) } 216^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{216})^2 = 36$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{5}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{1}{8}}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

## Przykłady 2

Oblicz:

$$\text{a) } 25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$$

$$\text{b) } 216^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{216})^2 = 36$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{5}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{1}{8}}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

$$\text{d) } \left(\frac{81}{256}\right)^{\frac{3}{4}}$$

## Przykłady 2

Oblicz:

$$\text{a) } 25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$$

$$\text{b) } 216^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{216})^2 = 36$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{5}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{1}{8}}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

$$\text{d) } \left(\frac{81}{256}\right)^{\frac{3}{4}} = \left(\sqrt[4]{\frac{81}{256}}\right)^3 = \frac{27}{64}$$

## Przykłady 2

Oblicz:

$$\text{a) } 25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$$

$$\text{b) } 216^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{216})^2 = 36$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{5}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{1}{8}}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

$$\text{d) } \left(\frac{81}{256}\right)^{\frac{3}{4}} = \left(\sqrt[4]{\frac{81}{256}}\right)^3 = \frac{27}{64}$$

$$\text{e) } \left(6\frac{1}{4}\right)^{\frac{5}{2}}$$

## Przykłady 2

Oblicz:

$$\text{a) } 25^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{25})^3 = 125$$

$$\text{b) } 216^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{216})^2 = 36$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{5}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{1}{8}}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

$$\text{d) } \left(\frac{81}{256}\right)^{\frac{3}{4}} = \left(\sqrt[4]{\frac{81}{256}}\right)^3 = \frac{27}{64}$$

$$\text{e) } \left(6\frac{1}{4}\right)^{\frac{5}{2}} = \left(\sqrt{\frac{25}{4}}\right)^5 = \frac{3125}{32}$$



# Ujemne wykładniki

Przypomnienie:

Ujemne potęgi

Dla  $a \neq 0$  oraz  $n \in \mathbb{Z}$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Prosta konsekwencja

Dla  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$  oraz  $n \in \mathbb{Z}$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

# Ujemne wykładniki

W połączeniu z poprzednimi zasadami mamy:

## Ujemne potęgi

Dla  $a, b > 0$  oraz  $m, n \in \mathbb{Z}$ ,  $n \neq 0$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{\frac{b}{a}}\right)^m$$

## Przykłady 3

Oblicz:

a)  $27^{-\frac{1}{3}}$

## Przykłady 3

Oblicz:

$$\text{a) } 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

## Przykłady 3

Oblicz:

$$\text{a) } 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } 144^{-\frac{1}{2}}$$

## Przykłady 3

Oblicz:

$$\text{a) } 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } 144^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{144}} = \frac{1}{12}$$

## Przykłady 3

Oblicz:

$$\text{a) } 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } 144^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{144}} = \frac{1}{12}$$

$$\text{c) } \left(\frac{100}{169}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

## Przykłady 3

Oblicz:

$$a) 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

$$b) 144^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{144}} = \frac{1}{12}$$

$$c) \left(\frac{100}{169}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{13}{10}$$



## Przykłady 3

Oblicz:

$$\text{a) } 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } 144^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{144}} = \frac{1}{12}$$

$$\text{c) } \left(\frac{100}{169}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{13}{10}$$

$$\text{d) } \left(\frac{343}{125}\right)^{-\frac{2}{3}}$$

## Przykłady 3

Oblicz:

$$a) 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

$$b) 144^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{144}} = \frac{1}{12}$$

$$c) \left(\frac{100}{169}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{13}{10}$$

$$d) \left(\frac{343}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{125}{343}}\right)^2 = \frac{25}{49}$$

## Przykłady 3

Oblicz:

$$\text{a) } 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } 144^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{144}} = \frac{1}{12}$$

$$\text{c) } \left(\frac{100}{169}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{13}{10}$$

$$\text{d) } \left(\frac{343}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{125}{343}}\right)^2 = \frac{25}{49}$$

$$\text{e) } \left(\frac{32}{243}\right)^{-\frac{3}{5}}$$

## Przykłady 3

Oblicz:

$$a) 27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$

$$b) 144^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{144}} = \frac{1}{12}$$

$$c) \left(\frac{100}{169}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{13}{10}$$

$$d) \left(\frac{343}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{125}{343}}\right)^2 = \frac{25}{49}$$

$$e) \left(\frac{32}{243}\right)^{-\frac{3}{5}} = \left(\sqrt[5]{\frac{243}{32}}\right)^3 = \frac{27}{8}$$

Na wejściówkę trzeba umieć zastosować powyższe zasady działania na potęgach do obliczenia złożonych wyrażeń.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na [T.J.Lechowski@gmail.com](mailto:T.J.Lechowski@gmail.com).