

# Prezentacja powtórzeniowa z funkcji kwadratowych

Ta prezentacja ma na celu pomoc w przygotowaniu do sprawdzianu semestralnego. Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań, które tu się pojawią warto:

Ta prezentacja ma na celu pomoc w przygotowaniu do sprawdzianu semestralnego. Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań, które tu się pojawią warto:

- przerobić wszystkie zadania ze zbioru z danego działu,

Ta prezentacja ma na celu pomoc w przygotowaniu do sprawdzianu semestralnego. Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań, które tu się pojawią warto:

- przerobić wszystkie zadania ze zbioru z danego działu,
- przeanalizować przykłady z podręcznika oraz zrobić zadania z części "sprawdź, czy rozumiesz".

Ta prezentacja ma na celu pomoc w przygotowaniu do sprawdzianu semestralnego. Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań, które tu się pojawią warto:

- przerobić wszystkie zadania ze zbioru z danego działu,
- przeanalizować przykłady z podręcznika oraz zrobić zadania z części "sprawdź, czy rozumiesz".
- przejrzeć raz jeszcze prezentacje z omawianych tematów.

Prezentacja ma prostą strukturę. Na jednym slajdzie zadania, na kolejnym odpowiedź, na kolejnym całe rozwiązanie (wyświetlane krok po kroku). Warto najpierw spróbować zrobić zadanie samemu, później sprawdzić odpowiedź, a jeśli się nie zgadza, to przeanalizować rozwiązanie.

Prezentacja ma prostą strukturę. Na jednym slajdzie zadania, na kolejnym odpowiedź, na kolejnym całe rozwiązanie (wyświetlane krok po kroku). Warto najpierw spróbować zrobić zadanie samemu, później sprawdzić odpowiedź, a jeśli się nie zgadza, to przeanalizować rozwiązanie. Niektóre zadania to dowody - tam oczywiście nie ma odpowiedzi, jest tylko zadanie + na kolejnym slajdzie dowód.

# Zadanie 1

Suma długości przyprostokątnych trójkąta prostokątnego wynosi  $m$ . Wykaż, że wśród takich trójkątów największe pole ma trójkąt równoramienny.



## Zadanie 1 - rozwiązanie

Niech  $x, y$  to długości przyprostokątnych. Chcemy pokazać, że  $x = y = \frac{m}{2}$ .

## Zadanie 1 - rozwiązanie

Niech  $x, y$  to długości przyprostokątnych. Chcemy pokazać, że  $x = y = \frac{m}{2}$ .

Maksymalizujemy pole  $P = \frac{xy}{2}$ , przy ograniczeniu  $x + y = m$ .

## Zadanie 1 - rozwiązanie

Niech  $x, y$  to długości przyprostokątnych. Chcemy pokazać, że  $x = y = \frac{m}{2}$ .

Maksymalizujemy pole  $P = \frac{xy}{2}$ , przy ograniczeniu  $x + y = m$ .

$$P = \frac{xy}{2} = \frac{x(m-x)}{2} = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{m}{2}x$$

## Zadanie 1 - rozwiązanie

Niech  $x, y$  to długości przyprostokątnych. Chcemy pokazać, że  $x = y = \frac{m}{2}$ .

Maksymalizujemy pole  $P = \frac{xy}{2}$ , przy ograniczeniu  $x + y = m$ .

$$P = \frac{xy}{2} = \frac{x(m-x)}{2} = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{m}{2}x$$

Mamy funkcję kwadratową.  $a = -\frac{1}{2} < 0$ , czyli funkcja ta ma maksimum dla  $x_w = \frac{-b}{2a} = \frac{m}{2}$ .

## Zadanie 1 - rozwiązanie

Niech  $x, y$  to długości przyprostokątnych. Chcemy pokazać, że  $x = y = \frac{m}{2}$ .

Maksymalizujemy pole  $P = \frac{xy}{2}$ , przy ograniczeniu  $x + y = m$ .

$$P = \frac{xy}{2} = \frac{x(m-x)}{2} = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{m}{2}x$$

Mamy funkcję kwadratową.  $a = -\frac{1}{2} < 0$ , czyli funkcja ta ma maksimum dla  $x_w = \frac{-b}{2a} = \frac{m}{2}$ . Czyli maksymalne pole jest dla  $x = \frac{m}{2}$ , wtedy oczywiście  $y = \frac{m}{2}$  i mamy trójkąt równoramienny. To kończy dowód.

## Zadanie 2

Dane są punkty  $A = (-1, 5)$  i  $B = (-4, 1)$ . Na prostej o równaniu  $y = 2x + 4$  znajdź punkt  $P$ , dla którego suma  $|AP|^2 + |BP|^2$  jest najmniejsza.

## Zadanie 2 - odpowiedź

$$P = \left(-\frac{9}{10}, \frac{11}{5}\right)$$

## Zadanie 2 - rozwiązanie

Współrzędne punktu  $P(x, y)$ . Chcemy minimalizować  $|AP|^2 + |BP|^2$  przy ograniczeniu  $y = 2x + 4$  (gdyż punkt  $P$  musi leżeć na danej prostej).



## Zadanie 2 - rozwiązanie

Współrzędne punktu  $P(x, y)$ . Chcemy minimalizować  $|AP|^2 + |BP|^2$  przy ograniczeniu  $y = 2x + 4$  (gdyż punkt  $P$  musi leżeć na danej prostej).

$$|AP|^2 = (x + 1)^2 + (y - 5)^2 = (x + 1)^2 + (2x - 1)^2 = 5x^2 - 2x + 2$$

## Zadanie 2 - rozwiązanie

Współrzędne punktu  $P(x, y)$ . Chcemy minimalizować  $|AP|^2 + |BP|^2$  przy ograniczeniu  $y = 2x + 4$  (gdyż punkt  $P$  musi leżeć na danej prostej).

$$|AP|^2 = (x + 1)^2 + (y - 5)^2 = (x + 1)^2 + (2x - 1)^2 = 5x^2 - 2x + 2$$

$$|BP|^2 = (x + 4)^2 + (y - 1)^2 = (x + 5)^2 + (2x + 3)^2 = 5x^2 + 20x + 25$$

## Zadanie 2 - rozwiązanie

Współrzędne punktu  $P(x, y)$ . Chcemy minimalizować  $|AP|^2 + |BP|^2$  przy ograniczeniu  $y = 2x + 4$  (gdyż punkt  $P$  musi leżeć na danej prostej).

$$|AP|^2 = (x + 1)^2 + (y - 5)^2 = (x + 1)^2 + (2x - 1)^2 = 5x^2 - 2x + 2$$

$$|BP|^2 = (x + 4)^2 + (y - 1)^2 = (x + 5)^2 + (2x + 3)^2 = 5x^2 + 20x + 25$$

$$|AP|^2 + |BP|^2 = 10x^2 + 18x + 27$$

## Zadanie 2 - rozwiązanie

Współrzędne punktu  $P(x, y)$ . Chcemy minimalizować  $|AP|^2 + |BP|^2$  przy ograniczeniu  $y = 2x + 4$  (gdyż punkt  $P$  musi leżeć na danej prostej).

$$|AP|^2 = (x + 1)^2 + (y - 5)^2 = (x + 1)^2 + (2x - 1)^2 = 5x^2 - 2x + 2$$

$$|BP|^2 = (x + 4)^2 + (y - 1)^2 = (x + 5)^2 + (2x + 3)^2 = 5x^2 + 20x + 25$$

$$|AP|^2 + |BP|^2 = 10x^2 + 18x + 27$$

Mamy funkcję kwadratową  $a = 10 > 0$ , czyli minimum tej funkcji jest dla

$$x_w = \frac{-b}{2a} = -\frac{9}{10}.$$

## Zadanie 2 - rozwiązanie

Współrzędne punktu  $P(x, y)$ . Chcemy minimalizować  $|AP|^2 + |BP|^2$  przy ograniczeniu  $y = 2x + 4$  (gdyż punkt  $P$  musi leżeć na danej prostej).

$$|AP|^2 = (x + 1)^2 + (y - 5)^2 = (x + 1)^2 + (2x - 1)^2 = 5x^2 - 2x + 2$$

$$|BP|^2 = (x + 4)^2 + (y - 1)^2 = (x + 5)^2 + (2x + 3)^2 = 5x^2 + 20x + 25$$

$$|AP|^2 + |BP|^2 = 10x^2 + 18x + 27$$

Mamy funkcję kwadratową  $a = 10 > 0$ , czyli minimum tej funkcji jest dla

$x_w = \frac{-b}{2a} = -\frac{9}{10}$ . Podstawiając  $x$  do wzoru prostej otrzymujemy  
 $y = 2 \cdot \left(-\frac{9}{10}\right) + 4 = \frac{11}{5}$ . Czyli punkt  $P$  ma współrzędne  $\left(-\frac{9}{10}, \frac{11}{5}\right)$ .

## Zadanie 3

Koszt wyprodukowania jednej książki wynosi 12 zł. Przy cenie 20 zł za jedną książkę wielkość sprzedaży wynosi 3000 egzemplarzy rocznie. Każde podniesienie ceny o 1 zł powoduje zmniejszenie sprzedaży rocznej o 100 egzemplarzy. Wiedząc, że  $x$  oznacza cenę sprzedaży w zł za jeden egzemplarz, podaj przy jakiej cenie wartość zysku z rocznej sprzedaży książek będzie największa.

## Zadanie 3 - odpowiedź

$$x = 31$$

## Zadanie 3 - rozwiązanie

Najtrudniejsza część to ułożenie odpowiedniego równania. Jeśli  $x$  to cena w złotych, to liczba sprzedanych egzemplarzy będzie  $3000 - 100(x - 20)$ . Czyli 3000 minus 100 za każdą złotówkę ponad 20zł (stąd  $x - 20$ ).



## Zadanie 3 - rozwiązanie

Najtrudniejsza część to ułożenie odpowiedniego równania. Jeśli  $x$  to cena w złotych, to liczba sprzedanych egzemplarzy będzie  $3000 - 100(x - 20)$ . Czyli 3000 minus 100 za każdą złotówkę ponad 20zł (stąd  $x - 20$ ). By obliczyć zysk musimy odjąć liczbę wyprodukowanych egzemplarzy razy 12 (koszt produkcji jednej książki).

## Zadanie 3 - rozwiązanie

Najtrudniejsza część to ułożenie odpowiedniego równania. Jeśli  $x$  to cena w złotych, to liczba sprzedanych egzemplarzy będzie  $3000 - 100(x - 20)$ . Czyli 3000 minus 100 za każdą złotówkę ponad 20zł (stąd  $x - 20$ ). By obliczyć zysk musimy odjąć liczbę wyprodukowanych egzemplarzy razy 12 (koszt produkcji jednej książki). Otrzymujemy równanie:

$$Z(x) = x(3000 - 100(x - 20)) - 12(3000 - 100(x - 20))$$

## Zadanie 3 - rozwiązanie

Najtrudniejsza część to ułożenie odpowiedniego równania. Jeśli  $x$  to cena w złotych, to liczba sprzedanych egzemplarzy będzie  $3000 - 100(x - 20)$ . Czyli 3000 minus 100 za każdą złotówkę ponad 20zł (stąd  $x - 20$ ). By obliczyć zysk musimy odjąć liczbę wyprodukowanych egzemplarzy razy 12 (koszt produkcji jednej książki). Otrzymujemy równanie:

$$Z(x) = x(3000 - 100(x - 20)) - 12(3000 - 100(x - 20))$$

Moglibyśmy wszystko powymnażyć i przeanalizować funkcję kwadratową w postaci ogólnej, ale szybciej będzie zamienić na postać iloczynową:

$$Z(x) = x(3000 - 100(x - 20)) - 12(3000 - 100(x - 20)) = (5000 - 100x)(x - 12)$$

## Zadanie 3 - rozwiązanie

Najtrudniejsza część to ułożenie odpowiedniego równania. Jeśli  $x$  to cena w złotych, to liczba sprzedanych egzemplarzy będzie  $3000 - 100(x - 20)$ . Czyli 3000 minus 100 za każdą złotówkę ponad 20zł (stąd  $x - 20$ ). By obliczyć zysk musimy odjąć liczbę wyprodukowanych egzemplarzy razy 12 (koszt produkcji jednej książki). Otrzymujemy równanie:

$$Z(x) = x(3000 - 100(x - 20)) - 12(3000 - 100(x - 20))$$

Moglibyśmy wszystko powymnażyć i przeanalizować funkcję kwadratową w postaci ogólnej, ale szybciej będzie zamienić na postać iloczynową:

$$Z(x) = x(3000 - 100(x - 20)) - 12(3000 - 100(x - 20)) = (5000 - 100x)(x - 12)$$

Pierwiastki tego równania to  $x = 12$  i  $x = 50$ . Współrzędna  $x$  wierzchołka leży dokładnie po środku:  $x_w = \frac{12+50}{2} = 31$ . Jest to oczywiście maksimum.

## Zadanie 4

Równanie  $x^2 - 11x + 4 = 0$  ma dwa rozwiązania  $x_1$  i  $x_2$ . Oblicz  $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2$ .

## Zadanie 4 - odpowiedź

117

## Zadanie 4 - rozwiązanie

$$\begin{aligned}x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 &= \\&= x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - x_1x_2 = \\&= (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 = \\&= \left(-\frac{-11}{1}\right) - \frac{4}{1} = \\&= 121 - 4 = 117\end{aligned}$$

## Zadanie 5

Funkcja  $f(x) = 2x^2 - (m + 1)x - (1 - m)$ , gdzie  $m \in \mathbb{R}$ , ma dwa różne miejsca zerowe takie, że ich iloczyn jest równy wartości bezwzględnej różnicy.



## Zadanie 5 - odpowiedź

$$m = 2$$

## Zadanie 5 - rozwiązanie

Warunek pierwszy to istnienie dwóch różnych miejsc zerowych:  $a \neq 0$  oraz  $\Delta > 0$ .  $a = 2$ , więc pierwszy warunek jest spełniony. Drugi warunek:

$$\Delta = (m + 1)^2 + 8(1 - m)$$

$$\Delta = m^2 + 2m + 1 + 8 - 8m$$

$$\Delta = m^2 - 6m + 9$$

$$\Delta = (m - 3)^2$$

Stąd mamy, że  $\Delta > 0$  dla  $m \neq 3$ .

## Zadanie 5 - rozwiązanie

Warunek pierwszy to istnienie dwóch różnych miejsc zerowych:  $a \neq 0$  oraz  $\Delta > 0$ .  $a = 2$ , więc pierwszy warunek jest spełniony. Drugi warunek:

$$\Delta = (m + 1)^2 + 8(1 - m)$$

$$\Delta = m^2 + 2m + 1 + 8 - 8m$$

$$\Delta = m^2 - 6m + 9$$

$$\Delta = (m - 3)^2$$

Stąd mamy, że  $\Delta > 0$  dla  $m \neq 3$ .

Kolejny warunek:

$$x_1 \cdot x_2 = |x_1 - x_2|$$

## Zadanie 5 - rozwiązanie

$$x_1 \cdot x_2 = |x_1 - x_2|$$

$$\frac{-1 + m}{2} = \left| \frac{m + 1 + \sqrt{(m - 3)^2}}{4} - \frac{m + 1 - \sqrt{(m - 3)^2}}{4} \right|$$

$$\frac{-1 + m}{2} = \left| \frac{m + 1 + |m - 3|}{4} - \frac{m + 1 - |m - 3|}{4} \right|$$

$$\frac{-1 + m}{2} = \left| \frac{|m - 3|}{2} \right|$$

$$-1 + m = |m - 3|$$

## Zadanie 5 - rozwiązanie

$$\begin{aligned}x_1 \cdot x_2 &= |x_1 - x_2| \\ \frac{-1 + m}{2} &= \left| \frac{m + 1 + \sqrt{(m - 3)^2}}{4} - \frac{m + 1 - \sqrt{(m - 3)^2}}{4} \right| \\ \frac{-1 + m}{2} &= \left| \frac{m + 1 + |m - 3|}{4} - \frac{m + 1 - |m - 3|}{4} \right| \\ \frac{-1 + m}{2} &= \left| \frac{|m - 3|}{2} \right| \\ -1 + m &= |m - 3|\end{aligned}$$

Dla  $m > 3$  mamy  $-1 + m = m - 3$ , co daje  $-1 = -3$ , sprzeczność.

## Zadanie 5 - rozwiązanie

$$\begin{aligned}x_1 \cdot x_2 &= |x_1 - x_2| \\ \frac{-1 + m}{2} &= \left| \frac{m + 1 + \sqrt{(m - 3)^2}}{4} - \frac{m + 1 - \sqrt{(m - 3)^2}}{4} \right| \\ \frac{-1 + m}{2} &= \left| \frac{m + 1 + |m - 3|}{4} - \frac{m + 1 - |m - 3|}{4} \right| \\ \frac{-1 + m}{2} &= \left| \frac{|m - 3|}{2} \right| \\ -1 + m &= |m - 3|\end{aligned}$$

Dla  $m > 3$  mamy  $-1 + m = m - 3$ , co daje  $-1 = -3$ , sprzeczność.  
Dla  $m < 3$  mamy  $-1 + m = -m + 3$ , co daje  $m = 2$  i to jest nasza odpowiedź.

## Zadanie 6

Liczby  $x_1$  i  $x_2$  są pierwiastkami równania  $x^2 - mx + m - 1 = 0$ . Znajdź liczbę  $m$ , dla której wyrażenie  $x_1^2 + x_2^2$  ma wartość najmniejszą.

## Zadanie 6 - odpowiedź

$$m = 1$$



## Zadanie 6 - rozwiązanie

Chcemy minimalizować  $x_1^2 + x_2^2$ . Koszytamy ze wzorów Viete'a:

$$\begin{aligned}x_1^2 + x_2^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \\ &= m^2 - 2(m - 1) = \\ &= m^2 - 2m + 2\end{aligned}$$

Współczynnik przy  $m^2$  jest dodatni, wyrażenie ma minimalną wartość dla  $m_w = \frac{-b}{2a} = 1$ .

## Zadanie 7

Oblicz  $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$ , gdzie  $x_1$  i  $x_2$  to pierwiastki trójmianu  $x^2 - x - 5$ .

# Zadanie 7 - odpowiedź

$\frac{11}{25}$

## Zadanie 7 - rozwiązanie

$$\begin{aligned}\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} &= \frac{x_2^2}{x_1^2 x_2^2} + \frac{x_1^2}{x_1^2 x_2^2} = \\ &= \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 x_2^2} = \\ &= \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1^2 x_2^2} = \\ &= \frac{1^2 - 2 \cdot (-5)}{(-5)^2} = \frac{11}{25}\end{aligned}$$

## Zadanie 8

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej  $m$  i każdej wartości rzeczywistej parametru  $m$  prawdziwa jest nierówność:

$$2x^2 - 4mx + 10m^2 > 6x + m - 12$$

## Zadanie 8 - rozwiązanie

Przenosimy wszystko na jedną stronę i porządkujemy:

$$2x^2 - (4m + 6)x + 10m^2 - m + 12 > 0$$

## Zadanie 8 - rozwiązanie

Przenosimy wszystko na jedną stronę i porządkujemy:

$$2x^2 - (4m + 6)x + 10m^2 - m + 12 > 0$$

Chcemy pokazać, że funkcja, którą mamy po lewej stronie nierówności jest zawsze (dla każdego  $x$ ) na osi  $OX$ . Spełnione muszą być dwa warunki  $a > 0$  (ramiona do góry) i  $\Delta < 0$  (funkcja nie przecina osi  $OX$ ).

## Zadanie 8 - rozwiązanie

Przenosimy wszystko na jedną stronę i porządkujemy:

$$2x^2 - (4m + 6)x + 10m^2 - m + 12 > 0$$

Chcemy pokazać, że funkcja, którą mamy po lewej stronie nierówności jest zawsze (dla każdego  $x$ ) na osi  $OX$ . Spełnione muszą być dwa warunki  $a > 0$  (ramiona do góry) i  $\Delta < 0$  (funkcja nie przecina osi  $OX$ ). Pierwszy warunek jest oczywiście spełniony. Drugi warunek:

$$\Delta = (4m + 6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (10m^2 - m + 12)$$

$$\Delta = 16m^2 + 48m + 36 - 80m^2 + 8m - 96$$

$$\Delta = -64m^2 + 56m - 60$$



## Zadanie 8 - rozwiązanie

$$\Delta = -64m^2 + 56m - 60$$

Chcemy, żeby  $\Delta$  była mniejsza od 0. Otrzymaliśmy równanie kwadratowe. By ono było zawsze ujemne musimy znów spełnić dwa warunki  $a_2 < 0$  (ramiona do dołu) oraz  $\Delta_2 < 0$  (funkcja nie przecina osi  $OX$ ).

$$\Delta_2 = 56^2 - 4 \cdot (-64) \cdot (-60) = 3136 - 15360 = -12224 < 0$$

## Zadanie 8 - rozwiązanie

$$\Delta = -64m^2 + 56m - 60$$

Chcemy, żeby  $\Delta$  była mniejsza od 0. Otrzymaliśmy równanie kwadratowe. By ono było zawsze ujemne musimy znów spełnić dwa warunki  $a_2 < 0$  (ramiona do dołu) oraz  $\Delta_2 < 0$  (funkcja nie przecina osi  $OX$ ).

$$\Delta_2 = 56^2 - 4 \cdot (-64) \cdot (-60) = 3136 - 15360 = -12224 < 0$$

Czyli  $\Delta < 0$ , czyli nasza nierówność jest prawdziwa dla każdego  $x$  i każdego  $m$ .

## Zadanie 9

Wyznacz wartości parametru  $m$ , dla których równanie:

$$x^2 - 2m|x| + m - 1 = 0$$

ma dwa różne rozwiązania.

## Zadanie 9 - odpowiedź

$$m \in (-\infty, 1)$$

## Zadanie 9 - rozwiązanie

Korzystamy z faktu, że  $x^2 = |x|^2$  i podstawiamy  $t = |x|$ , otrzymujemy równanie:

$$t^2 - 2mt + m - 1 = 0$$

Chcemy, by powyższe równanie miało albo jedno dodatnie rozwiązanie albo dwa rozwiązania przeciwnych znaków.

## Zadanie 9 - rozwiązanie

Korzystamy z faktu, że  $x^2 = |x|^2$  i podstawiamy  $t = |x|$ , otrzymujemy równanie:

$$t^2 - 2mt + m - 1 = 0$$

Chcemy, by powyższe równanie miało albo jedno dodatnie rozwiązanie albo dwa rozwiązania przeciwnych znaków.

Obliczmy  $\Delta$ .

$$\Delta = (-2m)^2 - 4(m - 1) = 4m^2 - 4m + 4$$

Widzimy, że  $a_2 = 4 > 0$  oraz  $\Delta_2 = -48 < 0$ , czyli  $\Delta$  jest zawsze dodatnia.

## Zadanie 9 - rozwiązanie

$\Delta$  jest zawsze dodatnia, więc będą dwa rozwiązania. Chcemy, by były przeciwnych znaków, czyli  $x_1 \cdot x_2 < 0$ .

$$x_1 \cdot x_2 < 0$$

$$\frac{c}{a} < 0$$

$$m - 1 < 0$$

$$m < 1$$

## Zadanie 9 - rozwiązanie

$\Delta$  jest zawsze dodatnia, więc będą dwa rozwiązania. Chcemy, by były przeciwnych znaków, czyli  $x_1 \cdot x_2 < 0$ .

$$x_1 \cdot x_2 < 0$$

$$\frac{c}{a} < 0$$

$$m - 1 < 0$$

$$m < 1$$

Ostatecznie otrzymujemy, że nasze pomocnicze równanie zawsze ma dwa rozwiązania, a są to rozwiązania przeciwnych znaków dla  $m < 1$ , czyli oryginalne równanie ma dwa rozwiązania dla  $m \in (-\infty, 1)$ .



## Zadanie 10

Dla jakich wartości parametru  $m$  równanie

$$2mx^2 + (m - 1)x + 2 = 0$$

ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste, których suma wynosi 1.

## Zadanie 10 - odpowiedź

$$m \in \emptyset$$

## Zadanie 10 - rozwiązanie

Dwa różne pierwiastki, czyli  $a \neq 0$  oraz  $\Delta > 0$ . Suma pierwiastków wynosi 1, czyli  $\frac{-b}{a} = 1$ .

## Zadanie 10 - rozwiązanie

Dwa różne pierwiastki, czyli  $a \neq 0$  oraz  $\Delta > 0$ . Suma pierwiastków wynosi 1, czyli  $\frac{-b}{a} = 1$ .

Zacznijmy od drugiego warunku, gdyż jest znacznie prostszy:

$$\begin{aligned}\frac{-b}{a} &= 1 \\ \frac{1-m}{2m} &= 1 \\ 1-m &= 2m \\ m &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

## Zadanie 10 - rozwiązanie

Jeśli  $m = \frac{1}{3}$ , to  $a = \frac{2}{3} \neq 0$ , to się zgadza. Natomiast  $\Delta = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 = -\frac{4}{3} < 0$ . Czyli dla  $m = \frac{1}{3}$  równanie nie ma dwóch pierwiastków rzeczywistych.

## Zadanie 10 - rozwiązanie

Jeśli  $m = \frac{1}{3}$ , to  $a = \frac{2}{3} \neq 0$ , to się zgadza. Natomiast  $\Delta = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 = -\frac{4}{3} < 0$ . Czyli dla  $m = \frac{1}{3}$  równanie nie ma dwóch pierwiastków rzeczywistych. Wniosek: nie ma takiego  $m$ , które spełniałoby warunki zadania.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na [T.J.Lechowski@gmail.com](mailto:T.J.Lechowski@gmail.com).