Równania kwadratowe 2

Na wejściówkę trzeba umieć rozwiązać troszkę trudniejsze równania kwadratowe.

Przykład wprowadzający

Spróbujemy metody dopełniania do kwadratu (completing the square).
Będziemy korzystali z prostego faktu:

Przykład wprowadzający

Spróbujemy metody dopełniania do kwadratu (completing the square).
Będziemy korzystali z prostego faktu:

Prosty fakt

Jeśli $x^2 = a$ i $a \geqslant 0$, to $x = \pm\sqrt{a}$.

Przykład wprowadzający

Spróbujemy metody dopełniania do kwadratu (completing the square). Będziemy korzystali z prostego faktu:

Prosty fakt

Jeśli $x^2 = a$ i $a \geqslant 0$, to $x = \pm\sqrt{a}$.

Jeśli rozwiązujemy $x^2 = 2$, to mamy rozwiązania $x = \pm\sqrt{2}$.

Przykład wprowadzający

Spróbujemy metody dopełniania do kwadratu (completing the square). Będziemy korzystali z prostego faktu:

Prosty fakt

Jeśli $x^2 = a$ i $a \geqslant 0$, to $x = \pm\sqrt{a}$.

Jeśli rozwiązujemy $x^2 = 2$, to mamy rozwiązania $x = \pm\sqrt{2}$. Jeśli rozwiązujemy $x^2 = 0$, to mamy jedno rozwiązanie $x = 0$.

Przykład wprowadzający

Spróbujemy metody dopełniania do kwadratu (completing the square). Będziemy korzystali z prostego faktu:

Prosty fakt

Jeśli $x^2 = a$ i $a \geqslant 0$, to $x = \pm\sqrt{a}$.

Jeśli rozwiązujemy $x^2 = 2$, to mamy rozwiązania $x = \pm\sqrt{2}$. Jeśli rozwiązujemy $x^2 = 0$, to mamy jedno rozwiązanie $x = 0$. Jeśli rozwiązujemy $x^2 = -2$, to nie ma rozwiązań.

Przykład wprowadzający

Rozwiąż

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Przykład wprowadzający

Rozwiąż

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Moglibyś rozwiązać ten przykład rozkładając lewą stronę na czynniki i otrzymalibyśmy $x = -6$ lub $x = 2$.

Przykład wprowadzający

Rozwiąż

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Moglibyś rozwiązać ten przykład rozkładając lewą stronę na czynniki i otrzymalibyśmy $x = -6$ lub $x = 2$.

Spróbujemy nowej metody.

Przykład wprowadzający

Rozwiąż

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Moglibyś rozwiązać ten przykład rozkładając lewą stronę na czynniki i otrzymalibyśmy $x = -6$ lub $x = 2$.

Spróbujemy nowej metody. Skupiamy się na $x^2 + 4x$.

Przykład wprowadzający

Rozwiąż

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Moglibyś rozwiązać ten przykład rozkładając lewą stronę na czynniki i otrzymalibyśmy $x = -6$ lub $x = 2$.

Spróbujemy nowej metody. Skupiamy się na $x^2 + 4x$. "Dopełniamy do kwadratu", czyli zamieniamy $x^2 + 4x$ na $(x + 2)^2$.

Przykład wprowadzający

Rozwiąż
$$x^2 + 4x - 12 = 0$$
Moglibyś rozwiązać ten przykład rozkładając lewą stronę na czynniki i otrzymalibyśmy $x = -6$ lub $x = 2$.

Spróbujemy nowej metody. Skupiamy się na $x^2 + 4x$. "Dopełniamy do kwadratu", czyli zamieniamy $x^2 + 4x$ na $(x + 2)^2$. Oczywiście $x^2 + 4x \neq (x + 2)^2$, ale przynajmnniej pierwsze dwa wyrazy się zgadzają. By zgadzało się wszystko musimy odjąć 4.

Przykład wprowadzający

Rozwiąż

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Moglibyś rozwiązać ten przykład rozkładając lewą stronę na czynniki i otrzymalibyśmy $x = -6$ lub $x = 2$.

Spróbujemy nowej metody. Skupiamy się na $x^2 + 4x$. "Dopełniamy do kwadratu", czyli zamieniamy $x^2 + 4x$ na $(x+2)^2$. Oczywiście $x^2 + 4x \neq (x+2)^2$, ale przynajmnniej pierwsze dwa wyrazy się zgadzają.
By zgadzało się wszystko musimy odjąć 4.
Mamy $x^2 + 4x = (x+2)^2 - 4$

Przykład wprowadzający

Rozwiąż

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Moglibyś rozwiązać ten przykład rozkładając lewą stronę na czynniki i otrzymalibyśmy $x = -6$ lub $x = 2$.

Spróbujemy nowej metody. Skupiamy się na $x^2 + 4x$. "Dopełniamy do kwadratu", czyli zamieniamy $x^2 + 4x$ na $(x+2)^2$. Oczywiście $x^2 + 4x \neq (x+2)^2$, ale przynajmnniej pierwsze dwa wyrazy się zgadzają.
By zgadzało się wszystko musimy odjąć 4.
Mamy $x^2 + 4x = (x+2)^2 - 4$
Ostatecznie rozwiązujemy:

$$(x+2)^2 - 4 - 12 = 0$$

Przykład wprowadzający

Rozwiąż

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Moglibyś rozwiązać ten przykład rozkładając lewą stronę na czynniki i otrzymalibyśmy $x = -6$ lub $x = 2$.

Spróbujemy nowej metody. Skupiamy się na $x^2 + 4x$. "Dopełniamy do kwadratu", czyli zamieniamy $x^2 + 4x$ na $(x + 2)^2$. Oczywiście $x^2 + 4x \neq (x + 2)^2$, ale przynajmnniej pierwsze dwa wyrazy się zgadzają. By zgadzało się wszystko musimy odjąć 4.
Mamy $x^2 + 4x = (x + 2)^2 - 4$
Ostatecznie rozwiązujemy:

$$(x + 2)^2 - 4 - 12 = 0$$

czyli:

$$(x + 2)^2 - 16 = 0$$

Przykład wprowadzający

Rozwiązujemy:

$$(x+2)^2 - 16 = 0$$

Przykład wprowadzający

Rozwiązujemy:

$$(x+2)^2 - 16 = 0$$

czyli:

$$(x+2)^2 = 16$$

Przykład wprowadzający

Rozwiązujemy:

$$(x+2)^2 - 16 = 0$$

czyli:

$$(x+2)^2 = 16$$

$x+2$ podniesione do kwadratu daje 16, a więc $x+2=4$ lub $x+2=-4$, co daje $x=2$ lub $x=-6$.

Przykład wprowadzający

Wbrew pozorom metoda jest dosyć prosta.

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Lewą stronę chcemy zamienić na:

$$(x \ \ ...)^2 - ... = 0$$

Musimy tylko dobrać odpowiednie liczby w miejsce kropek.

Przykład wprowadzający

Wbrew pozorom metoda jest dosyć prosta.

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Lewą stronę chcemy zamienić na:

$$(x \ \ ...)^2 - ... = 0$$

Musimy tylko dobrać odpowiednie liczby w miejsce kropek. Nawias jest dosyć prosty. Dobieramy tak, by zgadzało się z pierwszymi dwom wyrazami, czyli z $x^2 + 4x$.

Przykład wprowadzający

Wbrew pozorom metoda jest dosyć prosta.

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Lewą stronę chcemy zamienić na:

$$(x \ \ ...)^2 - ... = 0$$

Musimy tylko dobrać odpowiednie liczby w miejsce kropek. Nawias jest dosyć prosty. Dobieramy tak, by zgadzało się z pierwszymi dwom wyrazami, czyli z $x^2 + 4x$. Czyli nawias musi być $(x + 2)^2$.

Przykład wprowadzający

Wbrew pozorom metoda jest dosyć prosta.

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Lewą stronę chcemy zamienić na:

$$(x \ \ ...)^2 - ... = 0$$

Musimy tylko dobrać odpowiednie liczby w miejsce kropek. Nawias jest dosyć prosty. Dobieramy tak, by zgadzało się z pierwszymi dwom wyrazami, czyli z $x^2 + 4x$. Czyli nawias musi być $(x + 2)^2$. Teraz dobieramy drugą liczbę

Przykład wprowadzający

Wbrew pozorom metoda jest dosyć prosta.

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Lewą stronę chcemy zamienić na:

$$(x \ \ ...)^2 - ... = 0$$

Musimy tylko dobrać odpowiednie liczby w miejsce kropek. Nawias jest dosyć prosty. Dobieramy tak, by zgadzało się z pierwszymi dwom wyrazami, czyli z $x^2 + 4x$. Czyli nawias musi być $(x+2)^2$. Teraz dobieramy drugą liczbę $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$. Pierwsze dwa wyrazy się zgadzają, ale trzeci nie. Chcemy -12, a mamy 4, więc trzeba odjąć 16. Ostatecznie mamy $x^2 + 4x - 12 = (x+2)^2 - 16$.

Terminologia

Rozważmy raz jeszcze równanie:

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Taka postać lewej strony równania to postać ogólna (standard form).

Terminologia

Rozważmy raz jeszcze równanie:

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Taka postać lewej strony równania to postać ogólna (standard form).
Możemy ją rozłożyć na czynniki, by otrzymać:

$$(x - 2)(x + 6) = 0$$

Taką postać nazywamy postacią iloczynową (factored form).

Terminologia

Rozważmy raz jeszcze równanie:

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Taka postać lewej strony równania to postać ogólna (standard form).
Możemy ją rozłożyć na czynniki, by otrzymać:

$$(x-2)(x+6) = 0$$

Taką postać nazywamy postacią iloczynową (factored form).
Teraz ćwiczymy zamienianie na:

$$(x+2)^2 - 16 = 0$$

To jest postać kanoniczna (vertex form).

Terminologia

Rozważmy raz jeszcze równanie:

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Taka postać lewej strony równania to postać ogólna (standard form).
Możemy ją rozłożyć na czynniki, by otrzymać:

$$(x - 2)(x + 6) = 0$$

Taką postać nazywamy postacią iloczynową (factored form).
Teraz ćwiczymy zamienianie na:

$$(x + 2)^2 - 16 = 0$$

To jest postać kanoniczna (vertex form).

Wszystkie te postaci będziemy dokładniej analizowali, gdy zajmiemy się szczegółowo funkcjami kwadratowymi (za 5-6 tygodni).

Przykład 1

Zamień $x^2 + 6x - 2$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 + 6x - 2 = 0$.

Przykład 1

Zamień $x^2 + 6x - 2$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 + 6x - 2 = 0$.

Chcemy zapisać $x^2 + 6x - 2$ jako $(x\ ...)^2$ .... W nawiasie musi być $+3$, abyśmy mogli otrzymać $6x$.

Przykład 1

Zamień $x^2 + 6x - 2$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 + 6x - 2 = 0$.

Chcemy zapisać $x^2 + 6x - 2$ jako $(x\ ...)^2$ .... W nawiasie musi być $+3$, abyśmy mogli otrzymać $6x$.
Mamy więc $(x+3)^2$, ale z tego otrzymujemy $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$, a zamiast 9 chcielibyśmy mieć -2. Musimy więc odjąc 11.

Przykład 1

Zamień $x^2 + 6x - 2$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 + 6x - 2 = 0$.

Chcemy zapisać $x^2 + 6x - 2$ jako $(x \ldots)^2$ .... W nawiasie musi być $+3$, abyśmy mogli otrzymać $6x$.
Mamy więc $(x+3)^2$, ale z tego otrzymujemy $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$, a zamiast 9 chcielibyśmy mieć -2. Musimy więc odjąc 11. Ostatecznie:

$$x^2 + 6x - 2 = (x+3)^2 - 11$$

Przykład 1

Chcemy rozwiązać

$$x^2 + 6x - 2 = 0$$

Przykład 1

Chcemy rozwiązać

$$x^2 + 6x - 2 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x+3)^2 - 11$ i otrzymujemy:

$$(x+3)^2 - 11 = 0$$

Przykład 1

Chcemy rozwiązać

$$x^2 + 6x - 2 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x + 3)^2 - 11$ i otrzymujemy:

$$(x + 3)^2 - 11 = 0$$

czyli:

$$(x + 3)^2 = 11$$

Przykład 1

Chcemy rozwiązać

$$x^2 + 6x - 2 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x+3)^2 - 11$ i otrzymujemy:

$$(x+3)^2 - 11 = 0$$

czyli:

$$(x+3)^2 = 11$$

Czyli $x + 3 = \sqrt{11}$ lub $x + 3 = -\sqrt{11}$.

Przykład 1

Chcemy rozwiązać

$$x^2 + 6x - 2 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x+3)^2 - 11$ i otrzymujemy:

$$(x+3)^2 - 11 = 0$$

czyli:

$$(x+3)^2 = 11$$

Czyli $x + 3 = \sqrt{11}$ lub $x + 3 = -\sqrt{11}$.
Otrzymujemy $x = -3 + \sqrt{11}$ lub $x = -3 - \sqrt{11}$.

Przykład 1

Chcemy rozwiązać

$$x^2 + 6x - 2 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x+3)^2 - 11$ i otrzymujemy:

$$(x+3)^2 - 11 = 0$$

czyli:

$$(x+3)^2 = 11$$

Czyli $x + 3 = \sqrt{11}$ lub $x + 3 = -\sqrt{11}$.
Otrzymujemy $x = -3 + \sqrt{11}$ lub $x = -3 - \sqrt{11}$.

Zauważmy, że równania $x^2 + 6x - 2 = 0$ nie bylibyśmy w stanie łatwo rozłożyć na czynniki, a więc poprzednia metoda, by tutaj nie zadziałała.

Przykład 2

Zamień $x^2 + 8x + 3$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 + 8x + 3 = 0$.

Przykład 2

Zamień $x^2 + 8x + 3$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 + 8x + 3 = 0$.

Chcemy zapisać $x^2 + 8x + 3$ jako $(x \; ...)^2$ .... W nawiasie musi być $+4$, abyśmy mogli otrzymać $8x$.

Przykład 2

Zamień $x^2 + 8x + 3$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 + 8x + 3 = 0$.

Chcemy zapisać $x^2 + 8x + 3$ jako $(x \ ...)^2$ .... W nawiasie musi być $+4$, abyśmy mogli otrzymać $8x$.
Ale $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$, a zamiast 16 chcielibyśmy mieć 3. Musimy więc odjąc 13.

Przykład 2

Zamień $x^2 + 8x + 3$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 + 8x + 3 = 0$.

Chcemy zapisać $x^2 + 8x + 3$ jako $(x \ ...)^2$ .... W nawiasie musi być $+4$, abyśmy mogli otrzymać $8x$.
Ale $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$, a zamiast 16 chcielibyśmy mieć 3. Musimy więc odjąć 13. Ostatecznie:

$$x^2 + 8x + 3 = (x + 4)^2 - 13$$

Przykład 2

Chcemy rozwiązać

$$x^2 + 8x + 3 = 0$$

Przykład 2

Chcemy rozwiązać

$$x^2 + 8x + 3 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x + 4)^2 - 13$ i otrzymujemy:

$$(x + 4)^2 - 13 = 0$$

Przykład 2

Chcemy rozwiązać

$$x^2 + 8x + 3 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x + 4)^2 - 13$ i otrzymujemy:

$$(x + 4)^2 - 13 = 0$$

czyli:

$$(x + 4)^2 = 13$$

Przykład 2

Chcemy rozwiązać

$$x^2 + 8x + 3 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x+4)^2 - 13$ i otrzymujemy:

$$(x+4)^2 - 13 = 0$$

czyli:

$$(x+4)^2 = 13$$

Czyli $x + 4 = \sqrt{13}$ lub $x + 4 = -\sqrt{13}$.

Przykład 2

Chcemy rozwiązać

$$x^2 + 8x + 3 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x+4)^2 - 13$ i otrzymujemy:

$$(x+4)^2 - 13 = 0$$

czyli:

$$(x+4)^2 = 13$$

Czyli $x + 4 = \sqrt{13}$ lub $x + 4 = -\sqrt{13}$.
Otrzymujemy $x = -4 + \sqrt{11}$ lub $x = -4 - \sqrt{11}$.

Przykład 3

Zamień $x^2 - 2x - 5$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 - 2x - 5 = 0$.

Przykład 3

Zamień $x^2 - 2x - 5$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 - 2x - 5 = 0$.

Chcemy zapisać $x^2 - 2x - 5$ jako $(x \; ...)^2$ .... W nawiasie musi być -1, abyśmy mogli otrzymać $-2x$.

Przykład 3

Zamień $x^2 - 2x - 5$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 - 2x - 5 = 0$.

Chcemy zapisać $x^2 - 2x - 5$ jako $(x \ldots)^2 \ldots$. W nawiasie musi być -1, abyśmy mogli otrzymać $-2x$.
Ale $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$, a zamiast 1 chcielibyśmy mieć -5. Musimy więc odjąc 6.

Przykład 3

Zamień $x^2 - 2x - 5$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 - 2x - 5 = 0$.

Chcemy zapisać $x^2 - 2x - 5$ jako $(x \ ...)^2$ .... W nawiasie musi być -1, abyśmy mogli otrzymać $-2x$.
Ale $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$, a zamiast 1 chcielibyśmy mieć -5. Musimy więc odjąc 6. Ostatecznie:

$$x^2 - 2x - 5 = (x-1)^2 - 6$$

Przykład 3

Chcemy rozwiązać

$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

Przykład 3

Chcemy rozwiązać

$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x-1)^2 - 6$ i otrzymujemy:

$$(x-1)^2 - 6 = 0$$

Przykład 3

Chcemy rozwiązać

$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x-1)^2 - 6$ i otrzymujemy:

$$(x-1)^2 - 6 = 0$$

czyli:

$$(x-1)^2 = 6$$

Przykład 3

Chcemy rozwiązać

$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x-1)^2 - 6$ i otrzymujemy:

$$(x-1)^2 - 6 = 0$$

czyli:

$$(x-1)^2 = 6$$

Czyli $x - 1 = \sqrt{6}$ lub $x - 1 = -\sqrt{6}$.

Przykład 3

Chcemy rozwiązać

$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x-1)^2 - 6$ i otrzymujemy:

$$(x-1)^2 - 6 = 0$$

czyli:

$$(x-1)^2 = 6$$

Czyli $x - 1 = \sqrt{6}$ lub $x - 1 = -\sqrt{6}$.
Otrzymujemy $x = 1 + \sqrt{6}$ lub $x = 1 - \sqrt{6}$.

Przykład 4

Zamień $x^2 - 3x + 1$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 - 3x + 1 = 0$.

Przykład 4

Zamień $x^2 - 3x + 1$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 - 3x + 1 = 0$.

Chcemy zapisać $x^2 - 3x + 1$ jako $(x \ldots)^2 \ldots$. W nawiasie musi być -1.5, abyśmy mogli otrzymać $-3x$.

Przykład 4

Zamień $x^2 - 3x + 1$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 - 3x + 1 = 0$.

Chcemy zapisać $x^2 - 3x + 1$ jako $(x \ldots)^2 \ldots$. W nawiasie musi być -1.5, abyśmy mogli otrzymać $-3x$.
Ale $(x - 1.5)^2 = x^2 - 3x + 2.25$, a zamiast 2.25 chcielibyśmy mieć 1.
Musimy więc odjąc 1.25.

Przykład 4

Zamień $x^2 - 3x + 1$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 - 3x + 1 = 0$.

Chcemy zapisać $x^2 - 3x + 1$ jako $(x \ldots)^2 \ldots$. W nawiasie musi być -1.5, abyśmy mogli otrzymać $-3x$.
Ale $(x - 1.5)^2 = x^2 - 3x + 2.25$, a zamiast 2.25 chcielibyśmy mieć 1.
Musimy więc odjąc 1.25. Ostatecznie:

$$x^2 - 3x + 1 = (x - 1.5)^2 - 1.25$$

Przykład 4

Chcemy rozwiązać

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

Przykład 4

Chcemy rozwiązać

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x - 1.5)^2 - 1.25$ i otrzymujemy:

$$(x - 1.5)^2 - 1.25 = 0$$

Przykład 4

Chcemy rozwiązać

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x - 1.5)^2 - 1.25$ i otrzymujemy:

$$(x - 1.5)^2 - 1.25 = 0$$

czyli:

$$(x - 1.5)^2 = 1.25$$

Przykład 4

Chcemy rozwiązać

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x - 1.5)^2 - 1.25$ i otrzymujemy:

$$(x - 1.5)^2 - 1.25 = 0$$

czyli:

$$(x - 1.5)^2 = 1.25$$

Czyli $x - 1.5 = \sqrt{1.25}$ lub $x - 1 = -\sqrt{1.25}$.

Przykład 4

Chcemy rozwiązać

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x - 1.5)^2 - 1.25$ i otrzymujemy:

$$(x - 1.5)^2 - 1.25 = 0$$

czyli:

$$(x - 1.5)^2 = 1.25$$

Czyli $x - 1.5 = \sqrt{1.25}$ lub $x - 1 = -\sqrt{1.25}$.
Otrzymujemy $x = 1.5 + \sqrt{1.25} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ lub $x = 1.5 - \sqrt{1.25} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

Przykład 5

Zamień $x^2 - 4x + 7$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 - 4x + 7 = 0$.

Przykład 5

Zamień $x^2 - 4x + 7$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 - 4x + 7 = 0$.

Chcemy zapisać $x^2 - 4x + 7$ jako $(x \ldots)^2 \ldots$. W nawiasie musi być -2, abyśmy mogli otrzymać $-4x$.

Przykład 5

Zamień $x^2 - 4x + 7$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 - 4x + 7 = 0$.

Chcemy zapisać $x^2 - 4x + 7$ jako $(x\ ...)^2$ .... W nawiasie musi być -2, abyśmy mogli otrzymać $-4x$.
Ale $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$, a zamiast 4 chcielibyśmy mieć 7. Musimy więc dodać 3.

Przykład 5

Zamień $x^2 - 4x + 7$ na postać kanoniczną. Rozwiąż $x^2 - 4x + 7 = 0$.

Chcemy zapisać $x^2 - 4x + 7$ jako $(x \ldots)^2 \ldots$. W nawiasie musi być -2, abyśmy mogli otrzymać $-4x$.
Ale $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$, a zamiast 4 chcielibyśmy mieć 7. Musimy więc dodać 3. Ostatecznie:

$$x^2 - 4x + 7 = (x-2)^2 + 3$$

Przykład 4

Chcemy rozwiązać

$$x^2 - 4x + 7 = 0$$

Przykład 4

Chcemy rozwiązać

$$x^2 - 4x + 7 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x-2)^2 + 3$ i otrzymujemy:

$$(x-2)^2 + 3 = 0$$

Przykład 4

Chcemy rozwiązać

$$x^2 - 4x + 7 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x-2)^2 + 3$ i otrzymujemy:

$$(x-2)^2 + 3 = 0$$

czyli:

$$(x-2)^2 = -3$$

Przykład 4

Chcemy rozwiązać

$$x^2 - 4x + 7 = 0$$

Zamieniamy lewą stronę na $(x-2)^2 + 3$ i otrzymujemy:

$$(x-2)^2 + 3 = 0$$

czyli:

$$(x-2)^2 = -3$$

To równanie nie ma rozwiązań (w zbiorze liczb rzeczywistych).

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$$x^2 - 6x + 2 = 0.$$

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$x^2 - 6x + 2 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x-3)^2 - 7 = 0.$

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$x^2 - 6x + 2 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x-3)^2 - 7 = 0.$
Rozwiązania $x = 3 \pm \sqrt{7}.$

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$x^2 - 6x + 2 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x-3)^2 - 7 = 0.$
Rozwiązania $x = 3 \pm \sqrt{7}.$

$x^2 + 10x + 22 = 0.$

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$x^2 - 6x + 2 = 0$.
Postać kanoniczna: $(x-3)^2 - 7 = 0$.
Rozwiązania $x = 3 \pm \sqrt{7}$.

$x^2 + 10x + 22 = 0$.
Postać kanoniczna: $(x+5)^2 - 3 = 0$.

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$x^2 - 6x + 2 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x - 3)^2 - 7 = 0.$
Rozwiązania $x = 3 \pm \sqrt{7}.$

$x^2 + 10x + 22 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x + 5)^2 - 3 = 0.$
Rozwiązania $x = -5 \pm \sqrt{3}.$

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$x^2 - 6x + 2 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x-3)^2 - 7 = 0.$
Rozwiązania $x = 3 \pm \sqrt{7}.$

$x^2 + 10x + 22 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x+5)^2 - 3 = 0.$
Rozwiązania $x = -5 \pm \sqrt{3}.$

$x^2 + x - 1 = 0.$

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$x^2 - 6x + 2 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x-3)^2 - 7 = 0.$
Rozwiązania $x = 3 \pm \sqrt{7}.$

$x^2 + 10x + 22 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x+5)^2 - 3 = 0.$
Rozwiązania $x = -5 \pm \sqrt{3}.$

$x^2 + x - 1 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x+0.5)^2 - 1.25 = 0.$

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$x^2 - 6x + 2 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x-3)^2 - 7 = 0.$
Rozwiązania $x = 3 \pm \sqrt{7}.$

$x^2 + 10x + 22 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x+5)^2 - 3 = 0.$
Rozwiązania $x = -5 \pm \sqrt{3}.$

$x^2 + x - 1 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x+0.5)^2 - 1.25 = 0.$
Rozwiązania $x = -0.5 \pm \sqrt{1.25} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}.$

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$$x^2 - 5x + 1 = 0.$$

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$x^2 - 5x + 1 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x - 2.5)^2 - 5.25 = 0.$

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$x^2 - 5x + 1 = 0$.
Postać kanoniczna: $(x - 2.5)^2 - 5.25 = 0$.
Rozwiązania $x = 2.5 \pm \sqrt{5.25} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$.

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$x^2 - 5x + 1 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x - 2.5)^2 - 5.25 = 0.$
Rozwiązania $x = 2.5 \pm \sqrt{5.25} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}.$

$x^2 + 10x + 22 = 0.$

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$x^2 - 5x + 1 = 0$.
Postać kanoniczna: $(x - 2.5)^2 - 5.25 = 0$.
Rozwiązania $x = 2.5 \pm \sqrt{5.25} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$.

$x^2 + 10x + 22 = 0$.
Postać kanoniczna: $(x + 5)^2 - 3 = 0$.

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$x^2 - 5x + 1 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x - 2.5)^2 - 5.25 = 0.$
Rozwiązania $x = 2.5 \pm \sqrt{5.25} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}.$

$x^2 + 10x + 22 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x + 5)^2 - 3 = 0.$
Rozwiązania $x = -5 \pm \sqrt{3}.$

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$x^2 - 5x + 1 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x - 2.5)^2 - 5.25 = 0.$
Rozwiązania $x = 2.5 \pm \sqrt{5.25} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}.$

$x^2 + 10x + 22 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x + 5)^2 - 3 = 0.$
Rozwiązania $x = -5 \pm \sqrt{3}.$

$x^2 + x - 1 = 0.$

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$x^2 - 5x + 1 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x - 2.5)^2 - 5.25 = 0.$
Rozwiązania $x = 2.5 \pm \sqrt{5.25} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}.$

$x^2 + 10x + 22 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x + 5)^2 - 3 = 0.$
Rozwiązania $x = -5 \pm \sqrt{3}.$

$x^2 + x - 1 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x + 0.5)^2 - 1.25 = 0.$

Ćwiczenia

Rozwiąż poniższe równania zapisując najpierw lewą stronę w postaci kanonicznej.

$x^2 - 5x + 1 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x - 2.5)^2 - 5.25 = 0.$
Rozwiązania $x = 2.5 \pm \sqrt{5.25} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}.$

$x^2 + 10x + 22 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x + 5)^2 - 3 = 0.$
Rozwiązania $x = -5 \pm \sqrt{3}.$

$x^2 + x - 1 = 0.$
Postać kanoniczna: $(x + 0.5)^2 - 1.25 = 0.$
Rozwiązania $x = -0.5 \pm \sqrt{1.25} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}.$

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.