

Zadania powtórzeniowe

Zadanie 1.

Określ stopień wielomianu $W(x)$ w zależności od wartości parametru m ($m \in \mathbf{R}$), jeśli:

$$W(x) = (|m - 4| + 1)x^3 + (m^3 + 5m^2 - 9m - 45)x^2 + (m^2 + 2m - 15)x + 1.$$

Zadanie 2.

Wyznacz brakujące współczynniki wielomianu $W(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 4$, wiedząc, że suma wszystkich współczynników tego wielomianu jest równa 4, suma współczynników przy wyrazach stojących na miejscach parzystych jest równa sumie współczynników przy wyrazach stojących na miejscach nieparzystych i wielomian ten przy dzieleniu przez dwumian $(x - 2)$ daje resztę 36. Przedstaw wielomian $W(x)$ w postaci iloczynu czynników liniowych.

Zadanie 3.

Oblicz, dla jakich wartości parametrów m i n wielomian $W(x) = 8x^3 + mx^2 - nx + 125$ ma pierwiastek trzykrotny. Wyznacz ten pierwiastek.

Zadanie 4.

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez wielomian $P(x) = x^3 - x^2 - 10x - 8$ jest równa $R(x) = x^2 - x - 8$. Znajdź resztę z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez wielomian $K(x) = x^2 - 3x - 4$.

Zadanie 5.

Wyznacz wartości parametrów m i n wielomianu $W(x) = x^3 - mx^2 - 5x + n$, wiedząc, że reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez trójmian $(x + 1)^2$ jest równa $2x + 10$. Wyznacz pierwiastki wielomianu $W(x)$.

Zadanie 6.

Liczba $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ jest pierwiastkiem wielomianu o współczynnikach całkowitych. Znajdź ten wielomian.

Zadanie 7.

Dany jest wielomian $W(x) = (x - 2)[x^2 + (2p + 1)x - 3p^2]$.

- Udowodnij, że dla każdej wartości parametru p wielomian $W(x)$ ma co najmniej dwa pierwiastki.
- Wyznacz tę wartość parametru p , dla której wielomian $W(x)$ ma pierwiastek dwukrotny.

Zadanie 8.

Dane są wielomiany $W(x)$ i $G(x)$. O wielomianie $W(x)$ wiemy, że jest stopnia trzeciego i ma trzy pierwiastki, z których jeden jest równy 4. Wielomian $G(x)$ jest sumą wielomianów $G_1(x) = -x^3 + 3x^2 - 5x + 7$ i $G_2(x) = 3x^3 - 9x^2 - 7x + c$. Wiedząc, że wielomiany $W(x)$ i $G(x)$ są równe, wyznacz pozostałe pierwiastki wielomianu $W(x)$ oraz parametr c .

Zadanie 9.

Dla jakiej wartości parametru m równanie $\frac{1}{4}x^4 - (m^2 + m)x^2 + m^4 - 1 = 0$ ma trzy różne rozwiązania?

Zadanie 10.

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 + (a^3 - a - 6)x^2 - 2x + 3$ z parametrem a . Wiedząc, że reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $(x - 1)$ jest równa 2:

a) oblicz wartość parametru a

b) dla ustalonej wartości a wyznacz resztę z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez trójmian kwadratowy $x^2 + x + 1$.

Zadanie 11.

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 - 2px^2 + (p + 8)x - 2p$, gdzie parametr p jest liczbą pierwszą.

Dla jakiej liczby p wielomian $W(x)$ ma co najmniej jeden pierwiastek będący liczbą pierwszą?

Dla obliczonej wartości p wyznacz tylko te pierwiastki wielomianu $W(x)$, które są liczbami pierwszymi.