Liczba rozwiązań równania kwadratowego

Na wejściówkę trzeba umieć określić liczbę rozwiązań danego równania kwadratowego w zależności od parametru.

Wprowadzenie

Wiemy już, że równanie

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste, jeśli $\Delta > 0$,

Wprowadzenie

Wiemy już, że równanie

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste, jeśli $\Delta > 0$,

ma jedno (podwójne) rozwiązanie rzeczywiste, jeśli $\Delta = 0$,

Wprowadzenie

Wiemy już, że równanie

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste, jeśli $\Delta > 0$,
ma jedno (podwójne) rozwiązanie rzeczywiste, jeśli $\Delta = 0$,
nie ma rozwiązań rzeczywistych, jeśli $\Delta < 0$.

Przykład wprowadzający

Dosyć popularnym zadaniem na poziomie SL jest zadanie następującego typu.

Przykład wprowadzający

Dosyć popularnym zadaniem na poziomie SL jest zadanie następującego typu.

Wyznacz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$x^2 + 3x - 2k = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Przykład wprowadzający

Chcemy, by były dwa różne rozwiązania rzeczywiste, a więc chemy, by $\Delta > 0$.

Przykład wprowadzający

Chcemy, by były dwa różne rozwiązania rzeczywiste, a więc chemy, by $\Delta > 0$.
W naszym przypadku $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2k) = 9 + 8k$.

Przykład wprowadzający

Chcemy, by były dwa różne rozwiązania rzeczywiste, a więc chemy, by $\Delta > 0$.
W naszym przypadku $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2k) = 9 + 8k$. Czyli musimy rozwiązać prostą nierówność:

$$9 + 8k > 0$$

Przykład wprowadzający

Chcemy, by były dwa różne rozwiązania rzeczywiste, a więc chemy, by $\Delta > 0$.
W naszym przypadku $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2k) = 9 + 8k$. Czyli musimy rozwiązać prostą nierówność:

$$9 + 8k > 0$$

Otrzymujemy $k > -\frac{9}{8}$. Dla tych wartości k dane równanie będzie miało dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Przykład 1

Oblicz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$2x^2 - kx + 6 = 0$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.

Przykład 1

Oblicz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$2x^2 - kx + 6 = 0$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.

Jedno rozwiązanie rzeczywiste, czyli $\Delta = 0$.

Przykład 1

Oblicz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$2x^2 - kx + 6 = 0$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.

Jedno rozwiązanie rzeczywiste, czyli $\Delta = 0$.
Obliczamy:

$$\Delta = (-k)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = k^2 - 48$$

Przykład 1

Oblicz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$2x^2 - kx + 6 = 0$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.

Jedno rozwiązanie rzeczywiste, czyli $\Delta = 0$.
Obliczamy:

$$\Delta = (-k)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = k^2 - 48$$

Rozwiązujemy:

$$k^2 - 48 = 0$$

Przykład 1

Oblicz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$2x^2 - kx + 6 = 0$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.

Jedno rozwiązanie rzeczywiste, czyli $\Delta = 0$.
Obliczamy:

$$\Delta = (-k)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = k^2 - 48$$

Rozwiązujemy:

$$k^2 - 48 = 0$$

Otrzymujemy $k = \pm 4\sqrt{3}$. Czyli dla tych wartości k nasze oryginalne równanie będzie miało dokładnie jedno rozwiązanie.

Przykład 2

Oblicz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$x^2 + 3x - k = 0$$

nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

Przykład 2

Oblicz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$x^2 + 3x - k = 0$$

nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

Brak rzeczywistych rozwiązań, czyli $\Delta < 0$.

Przykład 2

Oblicz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$x^2 + 3x - k = 0$$

nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

Brak rzeczywistych rozwiązań, czyli $\Delta < 0$.
Obliczamy:

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-k) = 9 + 4k$$

Przykład 2

Oblicz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$x^2 + 3x - k = 0$$

nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

Brak rzeczywistych rozwiązań, czyli $\Delta < 0$.
Obliczamy:

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-k) = 9 + 4k$$

Rozwiązujemy:

$$9 + 4k < 0$$

Przykład 2

Oblicz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$x^2 + 3x - k = 0$$

nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

Brak rzeczywistych rozwiązań, czyli $\Delta < 0$.
Obliczamy:

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-k) = 9 + 4k$$

Rozwiązujemy:

$$9 + 4k < 0$$

Otrzymujemy $k < -\frac{9}{4}$. Czyli dla tych wartości k nasze równanie nie będzie rozwiązań rzeczywistych.

Przykład 3

Oblicz możliwe wartości parametru m, dla którego równanie

$$mx - 4 = x^2$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Przykład 3

Oblicz możliwe wartości parametru m, dla którego równanie

$$mx - 4 = x^2$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Zamieniamy na:

$$x^2 - mx + 4 = 0$$

Przykład 3

Oblicz możliwe wartości parametru m, dla którego równanie

$$mx - 4 = x^2$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Zamieniamy na:

$$x^2 - mx + 4 = 0$$

Dwa różne rozwiązania rzeczywiste, czyli $\Delta > 0$.

Przykład 3

Oblicz możliwe wartości parametru m, dla którego równanie

$$mx - 4 = x^2$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Zamieniamy na:

$$x^2 - mx + 4 = 0$$

Dwa różne rozwiązania rzeczywiste, czyli $\Delta > 0$.
Obliczamy:

$$\Delta = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = m^2 - 16$$

Przykład 3

Oblicz możliwe wartości parametru m, dla którego równanie

$$mx - 4 = x^2$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Zamieniamy na:

$$x^2 - mx + 4 = 0$$

Dwa różne rozwiązania rzeczywiste, czyli $\Delta > 0$.
Obliczamy:

$$\Delta = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = m^2 - 16$$

Rozwiązujemy:

$$m^2 - 16 > 0$$

Przykład 3

Oblicz możliwe wartości parametru m, dla którego równanie

$$mx - 4 = x^2$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Zamieniamy na:

$$x^2 - mx + 4 = 0$$

Dwa różne rozwiązania rzeczywiste, czyli $\Delta > 0$.
Obliczamy:

$$\Delta = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = m^2 - 16$$

Rozwiązujemy:

$$m^2 - 16 > 0$$

Otrzymujemy $m \in (-\infty, -4) \cup (4, \infty)$. Czyli dla tych wartości m nasze równanie będzie miało dwa rozwiązania rzeczywiste.

Przykład 4

Oblicz możliwe wartości parametru p, dla którego równanie

$$px^2 + (p-4)x + \frac{1}{2} = 0$$

ma jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste.

Przykład 4

Oblicz możliwe wartości parametru p, dla którego równanie

$$px^2 + (p-4)x + \frac{1}{2} = 0$$

ma jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste.

Jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste, czyli $\Delta = 0$.

Przykład 4

Oblicz możliwe wartości parametru p, dla którego równanie

$$px^2 + (p-4)x + \frac{1}{2} = 0$$

ma jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste.

Jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste, czyli $\Delta = 0$.
Obliczamy:

$$\Delta = (p-4)^2 - 4 \cdot p \cdot \frac{1}{2} = p^2 - 8p + 16 - 2p = p^2 - 10p + 16$$

Przykład 4

Oblicz możliwe wartości parametru p, dla którego równanie

$$px^2 + (p-4)x + \frac{1}{2} = 0$$

ma jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste.

Jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste, czyli $\Delta = 0$.
Obliczamy:

$$\Delta = (p-4)^2 - 4 \cdot p \cdot \frac{1}{2} = p^2 - 8p + 16 - 2p = p^2 - 10p + 16$$

Rozwiązujemy:

$$p^2 - 10p + 16 = 0$$

Przykład 4

Oblicz możliwe wartości parametru p, dla którego równanie

$$px^2 + (p-4)x + \frac{1}{2} = 0$$

ma jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste.

Jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste, czyli $\Delta = 0$.
Obliczamy:

$$\Delta = (p-4)^2 - 4 \cdot p \cdot \frac{1}{2} = p^2 - 8p + 16 - 2p = p^2 - 10p + 16$$

Rozwiązujemy:

$$p^2 - 10p + 16 = 0$$

Otrzymujemy $p = 2$ lub $p = 8$. Czyli dla tych wartości p nasze równanie będzie miało jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste.

Trudniejsze przykłady

Przypomnijmy przykład nierówności:

$$x^2 + 2x + 7 > 0$$

Trudniejsze przykłady

Przypomnijmy przykład nierówności:

$$x^2 + 2x + 7 > 0$$

Rozwiązując tę nierówność łatwo otrzymuejmy, że $x \in \mathbb{R}$, czyli nierówność jest prawdziwa dla każdego x.

Trudniejsze przykłady

Przypomnijmy przykład nierówności:

$$x^2 + 2x + 7 > 0$$

Rozwiązując tę nierówność łatwo otrzymuejmy, że $x \in \mathbb{R}$, czyli nierówność jest prawdziwa dla każdego x.

Kolejna nierówność:

$$3x - x^2 - 11 > 0$$

Trudniejsze przykłady

Przypomnijmy przykład nierówności:

$$x^2 + 2x + 7 > 0$$

Rozwiązując tę nierówność łatwo otrzymuejmy, że $x \in \mathbb{R}$, czyli nierówność jest prawdziwa dla każdego x.

Kolejna nierówność:

$$3x - x^2 - 11 > 0$$

Tym razem otrzymujemy $x \in \emptyset$, czyli nie ma takich x.

Trudniejsze przykłady

Ogólnie sprawa jest raczej prosta. Wartość wyrażenia $ax^2 + bx + c$ jest

Trudniejsze przykłady

Ogólnie sprawa jest raczej prosta. Wartość wyrażenia $ax^2 + bx + c$ jest

- zawsze dodatnia, gdy $a > 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do góry ($a > 0$) i nie przecina osi X ($\Delta < 0$);

Trudniejsze przykłady

Ogólnie sprawa jest raczej prosta. Wartość wyrażenia $ax^2 + bx + c$ jest

- zawsze dodatnia, gdy $a > 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do góry ($a > 0$) i nie przecina osi X ($\Delta < 0$);
- zawsze ujemna, gdy $a < 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do dołu ($a < 0$) i nadal nie przecina osi X ($\Delta < 0$).

Trudniejsze przykłady

Ogólnie sprawa jest raczej prosta. Wartość wyrażenia $ax^2 + bx + c$ jest

- zawsze dodatnia, gdy $a > 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do góry ($a > 0$) i nie przecina osi X ($\Delta < 0$);
- zawsze ujemna, gdy $a < 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do dołu ($a < 0$) i nadal nie przecina osi X ($\Delta < 0$).
- zawsze nieujemna, gdy $a > 0$ i $\Delta \leqslant 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do góry ($a > 0$) i co najwyżej jedynie styka się z osią X ($\Delta \leqslant 0$);

Trudniejsze przykłady

Ogólnie sprawa jest raczej prosta. Wartość wyrażenia $ax^2 + bx + c$ jest

- zawsze dodatnia, gdy $a > 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do góry ($a > 0$) i nie przecina osi X ($\Delta < 0$);
- zawsze ujemna, gdy $a < 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do dołu ($a < 0$) i nadal nie przecina osi X ($\Delta < 0$).
- zawsze nieujemna, gdy $a > 0$ i $\Delta \leqslant 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do góry ($a > 0$) i co najwyżej jedynie styka się z osią X ($\Delta \leqslant 0$);
- zawsze niedodatnie, gdy $a < 0$ i $\Delta \leqslant 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do dołu ($a < 0$) i co najwyżej jedynie styka się z osią X ($\Delta \leqslant 0$);

Trudniejsze przykłady

Ogólnie sprawa jest raczej prosta. Wartość wyrażenia $ax^2 + bx + c$ jest

- zawsze dodatnia, gdy $a > 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do góry ($a > 0$) i nie przecina osi X ($\Delta < 0$);
- zawsze ujemna, gdy $a < 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do dołu ($a < 0$) i nadal nie przecina osi X ($\Delta < 0$).
- zawsze nieujemna, gdy $a > 0$ i $\Delta \leqslant 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do góry ($a > 0$) i co najwyżej jedynie styka się z osią X ($\Delta \leqslant 0$);
- zawsze niedodatnie, gdy $a < 0$ i $\Delta \leqslant 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do dołu ($a < 0$) i co najwyżej jedynie styka się z osią X ($\Delta \leqslant 0$);

W innych przypadkach (czyli gdy $\Delta > 0$) to wartość wyrażenia jest dodatnia dla pewnych x, a ujemna dla innych (a w dwóch przypadkach wynosi 0).

Przykład 5

Oblicz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$kx - x^2 - 3 < 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x.

Przykład 5

Oblicz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$kx - x^2 - 3 < 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $kx - x^2 - 3$ było zawsze ujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

Przykład 5

Oblicz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$kx - x^2 - 3 < 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $kx - x^2 - 3$ było zawsze ujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a < 0$, w naszym przypadku ten warunek jest spełniony, gdyż $-1 < 0$,

Przykład 5

Oblicz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$kx - x^2 - 3 < 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $kx - x^2 - 3$ było zawsze ujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a < 0$, w naszym przypadku ten warunek jest spełniony, gdyż $-1 < 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $k^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3) < 0$.

Przykład 5

Oblicz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$kx - x^2 - 3 < 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $kx - x^2 - 3$ było zawsze ujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a < 0$, w naszym przypadku ten warunek jest spełniony, gdyż $-1 < 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $k^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3) < 0$. Rozwiązujemy:

$$k^2 - 12 < 0$$

Przykład 5

Oblicz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$kx - x^2 - 3 < 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $kx - x^2 - 3$ było zawsze ujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a < 0$, w naszym przypadku ten warunek jest spełniony, gdyż $-1 < 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $k^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3) < 0$. Rozwiązujemy:

$$k^2 - 12 < 0$$

Otrzymujemy $k \in (-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$

Przykład 5

Oblicz możliwe wartości parametru k, dla którego równanie

$$kx - x^2 - 3 < 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $kx - x^2 - 3$ było zawsze ujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a < 0$, w naszym przypadku ten warunek jest spełniony, gdyż $-1 < 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $k^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3) < 0$. Rozwiązujemy:

$$k^2 - 12 < 0$$

Otrzymujemy $k \in (-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$

Muszą być spełnione oba warunki. Pierwszy jest spełniony niezależnie od k. Ostatecznie otrzymuejmy, że dla $k \in (-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ nasza nierówność jest prawdziwa dla każdego $x \in \mathbb{R}$.

Przykład 6

Oblicz możliwe wartości parametru m, dla którego równanie

$$mx^2 + 2x + m \geqslant 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x.

Przykład 6

Oblicz możliwe wartości parametru m, dla którego równanie

$$mx^2 + 2x + m \geqslant 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $mx^2 + 2x + m$ było zawsze nieujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

Przykład 6

Oblicz możliwe wartości parametru m, dla którego równanie

$$mx^2 + 2x + m \geqslant 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $mx^2 + 2x + m$ było zawsze nieujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli $m > 0$,

Przykład 6

Oblicz możliwe wartości parametru m, dla którego równanie

$$mx^2 + 2x + m \geqslant 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $mx^2 + 2x + m$ było zawsze nieujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli $m > 0$,
2. $\Delta \leqslant 0$, czyli $2^2 - 4 \cdot m \cdot m \leqslant 0$.

Przykład 6

Oblicz możliwe wartości parametru m, dla którego równanie

$$mx^2 + 2x + m \geqslant 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $mx^2 + 2x + m$ było zawsze nieujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli $m > 0$,
2. $\Delta \leqslant 0$, czyli $2^2 - 4 \cdot m \cdot m \leqslant 0$. Rozwiązujemy:

$$4 - 4m^2 \leqslant 0$$

Przykład 6

Oblicz możliwe wartości parametru m, dla którego równanie

$$mx^2 + 2x + m \geqslant 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $mx^2 + 2x + m$ było zawsze nieujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli $m > 0$,
2. $\Delta \leqslant 0$, czyli $2^2 - 4 \cdot m \cdot m \leqslant 0$. Rozwiązujemy:

$$4 - 4m^2 \leqslant 0$$

Otrzymujemy $m \in [-1, 1]$

Przykład 6

Oblicz możliwe wartości parametru m, dla którego równanie

$$mx^2 + 2x + m \geqslant 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $mx^2 + 2x + m$ było zawsze nieujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli $m > 0$,
2. $\Delta \leqslant 0$, czyli $2^2 - 4 \cdot m \cdot m \leqslant 0$. Rozwiązujemy:

$$4 - 4m^2 \leqslant 0$$

Otrzymujemy $m \in [-1, 1]$

Muszą być spełnione oba warunki.

Przykład 6

Oblicz możliwe wartości parametru m, dla którego równanie

$$mx^2 + 2x + m \geqslant 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $mx^2 + 2x + m$ było zawsze nieujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli $m > 0$,
2. $\Delta \leqslant 0$, czyli $2^2 - 4 \cdot m \cdot m \leqslant 0$. Rozwiązujemy:

$$4 - 4m^2 \leqslant 0$$

   Otrzymujemy $m \in [-1, 1]$

Muszą być spełnione oba warunki. Ostatecznie otrzymuejmy, że dla $m \in (0, 1]$ nasza nierówność jest prawdziwa dla każdego $x \in \mathbb{R}$.

Przykład 7

Oblicz możliwe wartości parametru r, dla którego równanie

$$rx^2 + 2rx - 1 > 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x.

Przykład 7

Oblicz możliwe wartości parametru r, dla którego równanie

$$rx^2 + 2rx - 1 > 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $rx^2 + 2rx - 1$ było zawsze dodatnie. Muszą być spełnione dwa warunki:

Przykład 7

Oblicz możliwe wartości parametru r, dla którego równanie

$$rx^2 + 2rx - 1 > 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $rx^2 + 2rx - 1$ było zawsze dodatnie. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli w naszym przypadku $r > 0$,

Przykład 7

Oblicz możliwe wartości parametru r, dla którego równanie

$$rx^2 + 2rx - 1 > 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $rx^2 + 2rx - 1$ było zawsze dodatnie. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli w naszym przypadku $r > 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $(2r)^2 - 4 \cdot r \cdot (-1) < 0$.

Przykład 7

Oblicz możliwe wartości parametru r, dla którego równanie

$$rx^2 + 2rx - 1 > 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $rx^2 + 2rx - 1$ było zawsze dodatnie. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli w naszym przypadku $r > 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $(2r)^2 - 4 \cdot r \cdot (-1) < 0$. Rozwiązujemy:

$$4r^2 + 4r < 0$$

Przykład 7

Oblicz możliwe wartości parametru r, dla którego równanie

$$rx^2 + 2rx - 1 > 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $rx^2 + 2rx - 1$ było zawsze dodatnie. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli w naszym przypadku $r > 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $(2r)^2 - 4 \cdot r \cdot (-1) < 0$. Rozwiązujemy:

$$4r^2 + 4r < 0$$

Otrzymujemy $r \in (-1, 0)$

Przykład 7

Oblicz możliwe wartości parametru r, dla którego równanie

$$rx^2 + 2rx - 1 > 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $rx^2 + 2rx - 1$ było zawsze dodatnie. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli w naszym przypadku $r > 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $(2r)^2 - 4 \cdot r \cdot (-1) < 0$. Rozwiązujemy:

$$4r^2 + 4r < 0$$

Otrzymujemy $r \in (-1, 0)$

Muszą być spełnione oba warunki, ale to nie jest możliwe.

Przykład 7

Oblicz możliwe wartości parametru r, dla którego równanie

$$rx^2 + 2rx - 1 > 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x. Chcemy, by wyrażenie $rx^2 + 2rx - 1$ było zawsze dodatnie. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli w naszym przypadku $r > 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $(2r)^2 - 4 \cdot r \cdot (-1) < 0$. Rozwiązujemy:

$$4r^2 + 4r < 0$$

Otrzymujemy $r \in (-1, 0)$

Muszą być spełnione oba warunki, ale to nie jest możliwe. Wniosek - nie ma takich wartości r, dla których nierówność byłaby prawdziwa dla każdego x.

Wejściówka będzie z tych prostszych przykładów, ale te trudniejsze też są ważne. Więcej takich trudniejszych przykładów będziemy analizowali, gdy dojdziemy do funkcji kwadratowych.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.