

Liczba rozwiązań równania kwadratowego

Na wejściówkę trzeba umieć określić liczbę rozwiązań danego równania kwadratowego w zależności od parametru.

Wprowadzenie

Wiemy już, że równanie

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste, jeśli $\Delta > 0$,

Wiemy już, że równanie

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste, jeśli $\Delta > 0$,

ma jedno (podwójne) rozwiązanie rzeczywiste, jeśli $\Delta = 0$,

Wiemy już, że równanie

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste, jeśli $\Delta > 0$,

ma jedno (podwójne) rozwiązanie rzeczywiste, jeśli $\Delta = 0$,

nie ma rozwiązań rzeczywistych, jeśli $\Delta < 0$.

Przykład wprowadzający

Dosyć popularnym zadaniem na poziomie SL jest zadanie następującego typu.

Przykład wprowadzający

Dosyć popularnym zadaniem na poziomie SL jest zadanie następującego typu.

Wyznacz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$x^2 + 3x - 2k = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Przykład wprowadzający

Chcemy, by były dwa różne rozwiązania rzeczywiste, a więc chcemy, by $\Delta > 0$.

Przykład wprowadzający

Chcemy, by były dwa różne rozwiązania rzeczywiste, a więc chcemy, by $\Delta > 0$.

W naszym przypadku $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2k) = 9 + 8k$.

Przykład wprowadzający

Chcemy, by były dwa różne rozwiązania rzeczywiste, a więc chcemy, by $\Delta > 0$.

W naszym przypadku $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2k) = 9 + 8k$. Czyli musimy rozwiązać prostą nierówność:

$$9 + 8k > 0$$

Przykład wprowadzający

Chcemy, by były dwa różne rozwiązania rzeczywiste, a więc chcemy, by $\Delta > 0$.

W naszym przypadku $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2k) = 9 + 8k$. Czyli musimy rozwiązać prostą nierówność:

$$9 + 8k > 0$$

Otrzymujemy $k > -\frac{9}{8}$. Dla tych wartości k dane równanie będzie miało dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Przykład 1

Oblicz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$2x^2 - kx + 6 = 0$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.

Przykład 1

Oblicz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$2x^2 - kx + 6 = 0$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.

Jedno rozwiązanie rzeczywiste, czyli $\Delta = 0$.

Przykład 1

Oblicz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$2x^2 - kx + 6 = 0$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.

Jedno rozwiązanie rzeczywiste, czyli $\Delta = 0$.

Obliczamy:

$$\Delta = (-k)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = k^2 - 48$$

Przykład 1

Oblicz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$2x^2 - kx + 6 = 0$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.

Jedno rozwiązanie rzeczywiste, czyli $\Delta = 0$.

Obliczamy:

$$\Delta = (-k)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = k^2 - 48$$

Rozwiązujemy:

$$k^2 - 48 = 0$$

Przykład 1

Oblicz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$2x^2 - kx + 6 = 0$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.

Jedno rozwiązanie rzeczywiste, czyli $\Delta = 0$.

Obliczamy:

$$\Delta = (-k)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = k^2 - 48$$

Rozwiązujemy:

$$k^2 - 48 = 0$$

Otrzymujemy $k = \pm 4\sqrt{3}$. Czyli dla tych wartości k nasze oryginalne równanie będzie miało dokładnie jedno rozwiązanie.

Przykład 2

Oblicz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$x^2 + 3x - k = 0$$

nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

Przykład 2

Oblicz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$x^2 + 3x - k = 0$$

nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

Brak rzeczywistych rozwiązań, czyli $\Delta < 0$.

Przykład 2

Oblicz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$x^2 + 3x - k = 0$$

nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

Brak rzeczywistych rozwiązań, czyli $\Delta < 0$.

Obliczamy:

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-k) = 9 + 4k$$

Przykład 2

Oblicz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$x^2 + 3x - k = 0$$

nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

Brak rzeczywistych rozwiązań, czyli $\Delta < 0$.

Obliczamy:

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-k) = 9 + 4k$$

Rozwiązujemy:

$$9 + 4k < 0$$

Przykład 2

Oblicz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$x^2 + 3x - k = 0$$

nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

Brak rzeczywistych rozwiązań, czyli $\Delta < 0$.

Obliczamy:

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-k) = 9 + 4k$$

Rozwiązujemy:

$$9 + 4k < 0$$

Otrzymujemy $k < -\frac{9}{4}$. Czyli dla tych wartości k nasze równanie nie będzie rozwiązań rzeczywistych.

Przykład 3

Oblicz możliwe wartości parametru m , dla którego równanie

$$mx - 4 = x^2$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Przykład 3

Oblicz możliwe wartości parametru m , dla którego równanie

$$mx - 4 = x^2$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Zamieniamy na:

$$x^2 - mx + 4 = 0$$

Przykład 3

Oblicz możliwe wartości parametru m , dla którego równanie

$$mx - 4 = x^2$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Zamieniamy na:

$$x^2 - mx + 4 = 0$$

Dwa różne rozwiązania rzeczywiste, czyli $\Delta > 0$.

Przykład 3

Oblicz możliwe wartości parametru m , dla którego równanie

$$mx - 4 = x^2$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Zamieniamy na:

$$x^2 - mx + 4 = 0$$

Dwa różne rozwiązania rzeczywiste, czyli $\Delta > 0$.

Obliczamy:

$$\Delta = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = m^2 - 16$$

Przykład 3

Oblicz możliwe wartości parametru m , dla którego równanie

$$mx - 4 = x^2$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Zamieniamy na:

$$x^2 - mx + 4 = 0$$

Dwa różne rozwiązania rzeczywiste, czyli $\Delta > 0$.

Obliczamy:

$$\Delta = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = m^2 - 16$$

Rozwiązujemy:

$$m^2 - 16 > 0$$

Przykład 3

Oblicz możliwe wartości parametru m , dla którego równanie

$$mx - 4 = x^2$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Zamieniamy na:

$$x^2 - mx + 4 = 0$$

Dwa różne rozwiązania rzeczywiste, czyli $\Delta > 0$.

Obliczamy:

$$\Delta = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = m^2 - 16$$

Rozwiązujemy:

$$m^2 - 16 > 0$$

Otrzymujemy $m \in (-\infty, -4) \cup (4, \infty)$. Czyli dla tych wartości m nasze równanie będzie miało dwa rozwiązania rzeczywiste.

Przykład 4

Oblicz możliwe wartości parametru p , dla którego równanie

$$px^2 + (p - 4)x + \frac{1}{2} = 0$$

ma jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste.

Przykład 4

Oblicz możliwe wartości parametru p , dla którego równanie

$$px^2 + (p - 4)x + \frac{1}{2} = 0$$

ma jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste.

Jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste, czyli $\Delta = 0$.

Przykład 4

Oblicz możliwe wartości parametru p , dla którego równanie

$$px^2 + (p - 4)x + \frac{1}{2} = 0$$

ma jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste.

Jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste, czyli $\Delta = 0$.

Obliczamy:

$$\Delta = (p - 4)^2 - 4 \cdot p \cdot \frac{1}{2} = p^2 - 8p + 16 - 2p = p^2 - 10p + 16$$

Przykład 4

Oblicz możliwe wartości parametru p , dla którego równanie

$$px^2 + (p - 4)x + \frac{1}{2} = 0$$

ma jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste.

Jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste, czyli $\Delta = 0$.

Obliczamy:

$$\Delta = (p - 4)^2 - 4 \cdot p \cdot \frac{1}{2} = p^2 - 8p + 16 - 2p = p^2 - 10p + 16$$

Rozwiązujemy:

$$p^2 - 10p + 16 = 0$$

Przykład 4

Oblicz możliwe wartości parametru p , dla którego równanie

$$px^2 + (p - 4)x + \frac{1}{2} = 0$$

ma jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste.

Jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste, czyli $\Delta = 0$.

Obliczamy:

$$\Delta = (p - 4)^2 - 4 \cdot p \cdot \frac{1}{2} = p^2 - 8p + 16 - 2p = p^2 - 10p + 16$$

Rozwiązujemy:

$$p^2 - 10p + 16 = 0$$

Otrzymujemy $p = 2$ lub $p = 8$. Czyli dla tych wartości p nasze równanie będzie miało jedno podwójne rozwiązanie rzeczywiste.

Trudniejsze przykłady

Przypomnijmy przykład nierówności:

$$x^2 + 2x + 7 > 0$$

Trudniejsze przykłady

Przypomnijmy przykład nierówności:

$$x^2 + 2x + 7 > 0$$

Rozwiązując tę nierówność łatwo otrzymujemy, że $x \in \mathbb{R}$, czyli nierówność jest prawdziwa dla każdego x .

Trudniejsze przykłady

Przypomnijmy przykład nierówności:

$$x^2 + 2x + 7 > 0$$

Rozwiązując tę nierówność łatwo otrzymujemy, że $x \in \mathbb{R}$, czyli nierówność jest prawdziwa dla każdego x .

Kolejna nierówność:

$$3x - x^2 - 11 > 0$$

Trudniejsze przykłady

Przypomnijmy przykład nierówności:

$$x^2 + 2x + 7 > 0$$

Rozwiązując tę nierówność łatwo otrzymujemy, że $x \in \mathbb{R}$, czyli nierówność jest prawdziwa dla każdego x .

Kolejna nierówność:

$$3x - x^2 - 11 > 0$$

Tym razem otrzymujemy $x \in \emptyset$, czyli nie ma takich x .

Trudniejsze przykłady

Ogólnie sprawa jest raczej prosta. Wartość wyrażenia $ax^2 + bx + c$ jest

Trudniejsze przykłady

Ogólnie sprawa jest raczej prosta. Wartość wyrażenia $ax^2 + bx + c$ jest

- zawsze dodatnia, gdy $a > 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do góry ($a > 0$) i nie przecina osi X ($\Delta < 0$);

Trudniejsze przykłady

Ogólnie sprawa jest raczej prosta. Wartość wyrażenia $ax^2 + bx + c$ jest

- zawsze dodatnia, gdy $a > 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do góry ($a > 0$) i nie przecina osi X ($\Delta < 0$);
- zawsze ujemna, gdy $a < 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do dołu ($a < 0$) i nadal nie przecina osi X ($\Delta < 0$).

Trudniejsze przykłady

Ogólnie sprawa jest raczej prosta. Wartość wyrażenia $ax^2 + bx + c$ jest

- zawsze dodatnia, gdy $a > 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do góry ($a > 0$) i nie przecina osi X ($\Delta < 0$);
- zawsze ujemna, gdy $a < 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do dołu ($a < 0$) i nadal nie przecina osi X ($\Delta < 0$).
- zawsze nieujemna, gdy $a > 0$ i $\Delta \leq 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do góry ($a > 0$) i co najwyżej jedynie styka się z osią X ($\Delta \leq 0$);

Trudniejsze przykłady

Ogólnie sprawa jest raczej prosta. Wartość wyrażenia $ax^2 + bx + c$ jest

- zawsze dodatnia, gdy $a > 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do góry ($a > 0$) i nie przecina osi X ($\Delta < 0$);
- zawsze ujemna, gdy $a < 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do dołu ($a < 0$) i nadal nie przecina osi X ($\Delta < 0$).
- zawsze nieujemna, gdy $a > 0$ i $\Delta \leq 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do góry ($a > 0$) i co najwyżej jedynie styka się z osią X ($\Delta \leq 0$);
- zawsze niedodatnie, gdy $a < 0$ i $\Delta \leq 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do dołu ($a < 0$) i co najwyżej jedynie styka się z osią X ($\Delta \leq 0$);

Trudniejsze przykłady

Ogólnie sprawa jest raczej prosta. Wartość wyrażenia $ax^2 + bx + c$ jest

- zawsze dodatnia, gdy $a > 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do góry ($a > 0$) i nie przecina osi X ($\Delta < 0$);
- zawsze ujemna, gdy $a < 0$ i $\Delta < 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do dołu ($a < 0$) i nadal nie przecina osi X ($\Delta < 0$).
- zawsze nieujemna, gdy $a > 0$ i $\Delta \leq 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do góry ($a > 0$) i co najwyżej jedynie styka się z osią X ($\Delta \leq 0$);
- zawsze niedodatnie, gdy $a < 0$ i $\Delta \leq 0$. Czyli parabola ma ramiona skierowane do dołu ($a < 0$) i co najwyżej jedynie styka się z osią X ($\Delta \leq 0$);

W innych przypadkach (czyli gdy $\Delta > 0$) to wartość wyrażenia jest dodatnia dla pewnych x , a ujemna dla innych (a w dwóch przypadkach wynosi 0).

Przykład 5

Oblicz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$3 - x^2 + kx < 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x .

Przykład 5

Oblicz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$3 - x^2 + kx < 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $kx - x^2 - 3$ było zawsze ujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

Przykład 5

Oblicz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$3 - x^2 + kx < 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $kx - x^2 - 3$ było zawsze ujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a < 0$, w naszym przypadku ten warunek jest spełniony, gdyż $-1 < 0$,

Przykład 5

Oblicz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$3 - x^2 + kx < 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $kx - x^2 - 3$ było zawsze ujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a < 0$, w naszym przypadku ten warunek jest spełniony, gdyż $-1 < 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $k^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3) < 0$.

Przykład 5

Oblicz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$3 - x^2 + kx < 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $kx - x^2 - 3$ było zawsze ujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a < 0$, w naszym przypadku ten warunek jest spełniony, gdyż $-1 < 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $k^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3) < 0$. Rozwiązujemy:

$$k^2 - 12 < 0$$

Przykład 5

Oblicz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$3 - x^2 + kx < 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $kx - x^2 - 3$ było zawsze ujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a < 0$, w naszym przypadku ten warunek jest spełniony, gdyż $-1 < 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $k^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3) < 0$. Rozwiązujemy:

$$k^2 - 12 < 0$$

Otrzymujemy $k \in (-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$

Przykład 5

Oblicz możliwe wartości parametru k , dla którego równanie

$$3 - x^2 + kx < 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $kx - x^2 - 3$ było zawsze ujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a < 0$, w naszym przypadku ten warunek jest spełniony, gdyż $-1 < 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $k^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3) < 0$. Rozwiązujemy:

$$k^2 - 12 < 0$$

Otrzymujemy $k \in (-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$

Muszą być spełnione oba warunki. Pierwszy jest spełniony niezależnie od k . Ostatecznie otrzymujemy, że dla $k \in (-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ nasza nierówność jest prawdziwa dla każdego $x \in \mathbb{R}$.

Przykład 6

Oblicz możliwe wartości parametru m , dla którego równanie

$$mx^2 + 2x + m \geq 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x .

Przykład 6

Oblicz możliwe wartości parametru m , dla którego równanie

$$mx^2 + 2x + m \geq 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $mx^2 + 2x + m$ było zawsze nieujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

Przykład 6

Oblicz możliwe wartości parametru m , dla którego równanie

$$mx^2 + 2x + m \geq 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $mx^2 + 2x + m$ było zawsze nieujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli $m > 0$,

Przykład 6

Oblicz możliwe wartości parametru m , dla którego równanie

$$mx^2 + 2x + m \geq 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $mx^2 + 2x + m$ było zawsze nieujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli $m > 0$,
2. $\Delta \leq 0$, czyli $2^2 - 4 \cdot m \cdot m \leq 0$.

Przykład 6

Oblicz możliwe wartości parametru m , dla którego równanie

$$mx^2 + 2x + m \geq 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $mx^2 + 2x + m$ było zawsze nieujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli $m > 0$,
2. $\Delta \leq 0$, czyli $2^2 - 4 \cdot m \cdot m \leq 0$. Rozwiązujemy:

$$4 - 4m^2 \leq 0$$

Przykład 6

Oblicz możliwe wartości parametru m , dla którego równanie

$$mx^2 + 2x + m \geq 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $mx^2 + 2x + m$ było zawsze nieujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli $m > 0$,
2. $\Delta \leq 0$, czyli $2^2 - 4 \cdot m \cdot m \leq 0$. Rozwiązujemy:

$$4 - 4m^2 \leq 0$$

Otrzymujemy $m \in [-1, 1]$

Przykład 6

Oblicz możliwe wartości parametru m , dla którego równanie

$$mx^2 + 2x + m \geq 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $mx^2 + 2x + m$ było zawsze nieujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli $m > 0$,
2. $\Delta \leq 0$, czyli $2^2 - 4 \cdot m \cdot m \leq 0$. Rozwiązujemy:

$$4 - 4m^2 \leq 0$$

Otrzymujemy $m \in [-1, 1]$

Muszą być spełnione oba warunki.

Przykład 6

Oblicz możliwe wartości parametru m , dla którego równanie

$$mx^2 + 2x + m \geq 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $mx^2 + 2x + m$ było zawsze nieujemne. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli $m > 0$,
2. $\Delta \leq 0$, czyli $2^2 - 4 \cdot m \cdot m \leq 0$. Rozwiązujemy:

$$4 - 4m^2 \leq 0$$

Otrzymujemy $m \in [-1, 1]$

Muszą być spełnione oba warunki. Ostatecznie otrzymujemy, że dla $m \in (0, 1]$ nasza nierówność jest prawdziwa dla każdego $x \in \mathbb{R}$.

Przykład 7

Oblicz możliwe wartości parametru r , dla którego równanie

$$rx^2 + 2rx - 1 > 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x .

Przykład 7

Oblicz możliwe wartości parametru r , dla którego równanie

$$rx^2 + 2rx - 1 > 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $rx^2 + 2rx - 1$ było zawsze dodatnie. Muszą być spełnione dwa warunki:

Przykład 7

Oblicz możliwe wartości parametru r , dla którego równanie

$$rx^2 + 2rx - 1 > 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $rx^2 + 2rx - 1$ było zawsze dodatnie. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli w naszym przypadku $r > 0$,

Przykład 7

Oblicz możliwe wartości parametru r , dla którego równanie

$$rx^2 + 2rx - 1 > 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $rx^2 + 2rx - 1$ było zawsze dodatnie. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli w naszym przypadku $r > 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $(2r)^2 - 4 \cdot r \cdot (-1) < 0$.

Przykład 7

Oblicz możliwe wartości parametru r , dla którego równanie

$$rx^2 + 2rx - 1 > 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $rx^2 + 2rx - 1$ było zawsze dodatnie. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli w naszym przypadku $r > 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $(2r)^2 - 4 \cdot r \cdot (-1) < 0$. Rozwiązujemy:

$$4r^2 + 4r < 0$$

Przykład 7

Oblicz możliwe wartości parametru r , dla którego równanie

$$rx^2 + 2rx - 1 > 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $rx^2 + 2rx - 1$ było zawsze dodatnie. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli w naszym przypadku $r > 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $(2r)^2 - 4 \cdot r \cdot (-1) < 0$. Rozwiązujemy:

$$4r^2 + 4r < 0$$

Otrzymujemy $r \in (-1, 0)$

Przykład 7

Oblicz możliwe wartości parametru r , dla którego równanie

$$rx^2 + 2rx - 1 > 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $rx^2 + 2rx - 1$ było zawsze dodatnie. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli w naszym przypadku $r > 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $(2r)^2 - 4 \cdot r \cdot (-1) < 0$. Rozwiązujemy:

$$4r^2 + 4r < 0$$

Otrzymujemy $r \in (-1, 0)$

Muszą być spełnione oba warunki, ale to nie jest możliwe.

Przykład 7

Oblicz możliwe wartości parametru r , dla którego równanie

$$rx^2 + 2rx - 1 > 0$$

jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą x . Chcemy, by wyrażenie $rx^2 + 2rx - 1$ było zawsze dodatnie. Muszą być spełnione dwa warunki:

1. $a > 0$, czyli w naszym przypadku $r > 0$,
2. $\Delta < 0$, czyli $(2r)^2 - 4 \cdot r \cdot (-1) < 0$. Rozwiązujemy:

$$4r^2 + 4r < 0$$

Otrzymujemy $r \in (-1, 0)$

Muszą być spełnione oba warunki, ale to nie jest możliwe. Wniosek - nie ma takich wartości r , dla których nierówność byłaby prawdziwa dla każdego x .

Wejściówka będzie z tych prostszych przykładów, ale te trudniejsze też są ważne. Więcej takich trudniejszych przykładów będziemy analizowali, gdy dojdziemy do funkcji kwadratowych.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.