

# Linie w układzie współrzędnych

Musimy umieć znaleźć wzory linii mając dane:

dwa punkty,

punkt i linię równoległą ,

punkt i linię prostopadłą.

Wzór ogólny linii to  $ax + by = d$ . Częściej jednak będziemy korzystali ze wzoru kierunkowego  $y = mx + c$ .

Wzór ogólny linii to  $ax + by = d$ . Częściej jednak będziemy korzystali ze wzoru kierunkowego  $y = mx + c$ .

Proszę wprowadzić wzór  $y = mx + c$  na stronie [www.desmos.com/calculator](http://www.desmos.com/calculator) i dodać suwaki dla  $m$  i dla  $c$ .

Wzór ogólny linii to  $ax + by = d$ . Częściej jednak będziemy korzystali ze wzoru kierunkowego  $y = mx + c$ .

Proszę wprowadzić wzór  $y = mx + c$  na stronie [www.desmos.com/calculator](http://www.desmos.com/calculator) i dodać suwaki dla  $m$  i dla  $c$ . Chcemy ustalić, na co te dwa współczynniki wpływają.

Wzór ogólny linii to  $ax + by = d$ . Częściej jednak będziemy korzystali ze wzoru kierunkowego  $y = mx + c$ .

Proszę wprowadzić wzór  $y = mx + c$  na stronie [www.desmos.com/calculator](http://www.desmos.com/calculator) i dodać suwaki dla  $m$  i dla  $c$ . Chcemy ustalić, na co te dwa współczynniki wpływają.

- $c$  tu sprawa jest prosta, współczynnik  $c$  przesuwa linię w górę/w dół, ale zauważmy dodatkowo, że ten współczynnik odpowiada miejscu, w którym nasza linia przecina oś  $OY$ . Będziemy mówili o  $c$ , że jest to  $y$ -intercept.
- $m$  wpływa na to, jak nasza linia jest nachylona do osi  $OX$ .  $m$  nazywamy współczynnikiem kierunkowym. Po angielsku używamy słów *slope* lub *gradient*.

# Gradient

Pojęcie gradientu będzie jednym z kluczowych pojęć w bardziej zaawansowanej matematyce. Już teraz możemy o nim kilka słów powiedzieć:

- Jeśli gradient jest dodatni, to funkcja rośnie, jeśli ujemny, to maleje, jeśli wynosi 0, to funkcja jest stała.

# Gradient

Pojęcie gradientu będzie jednym z kluczowych pojęć w bardziej zaawansowanej matematyce. Już teraz możemy o nim kilka słów powiedzieć:

- Jeśli gradient jest dodatni, to funkcja rośnie, jeśli ujemny, to maleje, jeśli wynosi 0, to funkcja jest stała.
- Gradient mówi nam, jak szybko dana funkcja się zmienia. Przykładowo funkcja liniowa  $f(x) = 3x + 1$  będzie rosła szybciej niż funkcja liniowa  $f(x) = x + 11$ , bo gradient tej pierwszej wynosi 3, a tej drugiej 1.



# Gradient

Pojęcie gradientu będzie jednym z kluczowych pojęć w bardziej zaawansowanej matematyce. Już teraz możemy o nim kilka słów powiedzieć:

- Jeśli gradient jest dodatni, to funkcja rośnie, jeśli ujemny, to maleje, jeśli wynosi 0, to funkcja jest stała.
- Gradient mówi nam, jak szybko dana funkcja się zmienia. Przykładowo funkcja liniowa  $f(x) = 3x + 1$  będzie rosła szybciej niż funkcja liniowa  $f(x) = x + 11$ , bo gradient tej pierwszej wynosi 3, a tej drugiej 1.
- Dokładniej: gradient opisuje, jak zmieniła się współrzędna  $y$  w stosunku do  $x$ . Mamy więc wzór:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

gdzie  $\Delta y$  oznacza zmianę we współrzędnej  $y$ , a  $\Delta x$  zmianę we współrzędnej  $x$ .

## Przykład wprowadzający

By ustalić wzór prostej (lub funkcji liniowej) przechodzącej przez dwa punkty będziemy musieli ustalić parametry  $m$  i  $c$  ze wzoru  $y = mx + c$ .

## Przykład wprowadzający

By ustalić wzór prostej (lub funkcji liniowej) przechodzącej przez dwa punkty będziemy musieli ustalić parametry  $m$  i  $c$  ze wzoru  $y = mx + c$ .

## Przykład wprowadzający

By ustalić wzór prostej (lub funkcji liniowej) przechodzącej przez dwa punkty będziemy musieli ustalić parametry  $m$  i  $c$  ze wzory  $y = mx + c$ .

Znajdziemy wzór prostej przechodzącej przez punkty  $A(1, 5)$  i  $B(3, 9)$ .

## Przykład wprowadzający

By ustalić wzór prostej (lub funkcji liniowej) przechodzącej przez dwa punkty będziemy musieli ustalić parametry  $m$  i  $c$  ze wzory  $y = mx + c$ .

Znajdziemy wzór prostej przechodzącej przez punkty  $A(1, 5)$  i  $B(3, 9)$ .

Zacniemy od obliczenia gradientu  $m$ . Zmiana we współrzędnej  $y$ :

$\Delta y = 9 - 5 = 4$ . Zmiana we współrzędnej  $x$ :  $\Delta x = 3 - 1 = 2$ . Czyli

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4}{2} = 2$$

## Przykład wprowadzający

By ustalić wzór prostej (lub funkcji liniowej) przechodzącej przez dwa punkty będziemy musieli ustalić parametry  $m$  i  $c$  ze wzory  $y = mx + c$ .

Znajdziemy wzór prostej przechodzącej przez punkty  $A(1, 5)$  i  $B(3, 9)$ .

Zacniemy od obliczenia gradientu  $m$ . Zmiana we współrzędnej  $y$ :

$\Delta y = 9 - 5 = 4$ . Zmiana we współrzędnej  $x$ :  $\Delta x = 3 - 1 = 2$ . Czyli

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4}{2} = 2$$

Wiemy, że  $m = 2$ , a więc wzór naszej prostej będzie miał postać  $y = 2x + c$ . Musimy jeszcze obliczyć  $c$ . Wystarczy podstawić do tego wzoru jeden z punktów (nie ma znaczenia który, powinno wyjść to samo).

Mamy punkt  $A(1, 5)$ , a więc pod  $x$  podstawimy 1, a pod  $y$  5.

Otrzymujemy:

$$5 = 2 \times 1 + c$$

Czyli  $c = 3$ . Nasza linia ma wzór  $y = 2x + 3$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

a)  $A(1, 4)$ ,  $B(3, 0)$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

a)  $A(1, 4)$ ,  $B(3, 0)$ .

$$\text{Najpierw gradient } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 4}{3 - 1} = -2.$$



## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

a)  $A(1, 4)$ ,  $B(3, 0)$ .

$$\text{Najpierw gradient } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 4}{3 - 1} = -2.$$

Mamy już  $y = -2x + c$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

a)  $A(1, 4)$ ,  $B(3, 0)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 4}{3 - 1} = -2$ .

Mamy już  $y = -2x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $4 = -2 \times 1 + c$ , czyli  $c = 6$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

a)  $A(1, 4)$ ,  $B(3, 0)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 4}{3 - 1} = -2$ .

Mamy już  $y = -2x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $4 = -2 \times 1 + c$ , czyli  $c = 6$ .

Nasze równanie to  $y = -2x + 6$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

a)  $A(1, 4)$ ,  $B(3, 0)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 4}{3 - 1} = -2$ .

Mamy już  $y = -2x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $4 = -2 \times 1 + c$ , czyli  $c = 6$ .

Nasze równanie to  $y = -2x + 6$ .

b)  $A(-2, 1)$ ,  $B(2, 3)$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

a)  $A(1, 4)$ ,  $B(3, 0)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 4}{3 - 1} = -2$ .

Mamy już  $y = -2x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $4 = -2 \times 1 + c$ , czyli  $c = 6$ .

Nasze równanie to  $y = -2x + 6$ .

b)  $A(-2, 1)$ ,  $B(2, 3)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - 1}{2 - (-2)} = \frac{1}{2}$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

a)  $A(1, 4)$ ,  $B(3, 0)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 4}{3 - 1} = -2$ .

Mamy już  $y = -2x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $4 = -2 \times 1 + c$ , czyli  $c = 6$ .

Nasze równanie to  $y = -2x + 6$ .

b)  $A(-2, 1)$ ,  $B(2, 3)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - 1}{2 - (-2)} = \frac{1}{2}$ .

Mamy już  $y = \frac{1}{2}x + c$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

a)  $A(1, 4)$ ,  $B(3, 0)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 4}{3 - 1} = -2$ .

Mamy już  $y = -2x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $4 = -2 \times 1 + c$ , czyli  $c = 6$ .

Nasze równanie to  $y = -2x + 6$ .

b)  $A(-2, 1)$ ,  $B(2, 3)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - 1}{2 - (-2)} = \frac{1}{2}$ .

Mamy już  $y = \frac{1}{2}x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $1 = \frac{1}{2} \times (-2) + c$ , czyli  $c = 2$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

a)  $A(1, 4)$ ,  $B(3, 0)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 4}{3 - 1} = -2$ .

Mamy już  $y = -2x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $4 = -2 \times 1 + c$ , czyli  $c = 6$ .

Nasze równanie to  $y = -2x + 6$ .

b)  $A(-2, 1)$ ,  $B(2, 3)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - 1}{2 - (-2)} = \frac{1}{2}$ .

Mamy już  $y = \frac{1}{2}x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $1 = \frac{1}{2} \times (-2) + c$ , czyli  $c = 2$ .

Nasze równanie to  $y = \frac{1}{2}x + 2$ .



## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

a)  $A(1, 4)$ ,  $B(3, 0)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 4}{3 - 1} = -2$ .

Mamy już  $y = -2x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $4 = -2 \times 1 + c$ , czyli  $c = 6$ .

Nasze równanie to  $y = -2x + 6$ .

b)  $A(-2, 1)$ ,  $B(2, 3)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - 1}{2 - (-2)} = \frac{1}{2}$ .

Mamy już  $y = \frac{1}{2}x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $1 = \frac{1}{2} \times (-2) + c$ , czyli  $c = 2$ .

Nasze równanie to  $y = \frac{1}{2}x + 2$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

c)  $A(-1, 2)$ ,  $B(2, -1)$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

c)  $A(-1, 2)$ ,  $B(2, -1)$ .

$$\text{Najpierw gradient } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 2}{2 - (-1)} = -1.$$

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

c)  $A(-1, 2)$ ,  $B(2, -1)$ .

$$\text{Najpierw gradient } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 2}{2 - (-1)} = -1.$$

Mamy już  $y = -x + c$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

c)  $A(-1, 2)$ ,  $B(2, -1)$ .

$$\text{Najpierw gradient } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 2}{2 - (-1)} = -1.$$

Mamy już  $y = -x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $2 = -1 \times (-1) + c$ , czyli  $c = 1$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

c)  $A(-1, 2)$ ,  $B(2, -1)$ .

$$\text{Najpierw gradient } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 2}{2 - (-1)} = -1.$$

Mamy już  $y = -x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $2 = -1 \times (-1) + c$ , czyli  $c = 1$ .

Nasze równanie to  $y = -x + 1$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

c)  $A(-1, 2)$ ,  $B(2, -1)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 2}{2 - (-1)} = -1$ .

Mamy już  $y = -x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $2 = -1 \times (-1) + c$ , czyli  $c = 1$ .

Nasze równanie to  $y = -x + 1$ .

d)  $A(3, 2)$ ,  $B(1, -3)$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

c)  $A(-1, 2), B(2, -1)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 2}{2 - (-1)} = -1$ .

Mamy już  $y = -x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $2 = -1 \times (-1) + c$ , czyli  $c = 1$ .

Nasze równanie to  $y = -x + 1$ .

d)  $A(3, 2), B(1, -3)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3 - 2}{1 - 3} = \frac{5}{2}$ .



## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

c)  $A(-1, 2)$ ,  $B(2, -1)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 2}{2 - (-1)} = -1$ .

Mamy już  $y = -x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $2 = -1 \times (-1) + c$ , czyli  $c = 1$ .

Nasze równanie to  $y = -x + 1$ .

d)  $A(3, 2)$ ,  $B(1, -3)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3 - 2}{1 - 3} = \frac{5}{2}$ .

Mamy już  $y = \frac{5}{2}x + c$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

c)  $A(-1, 2)$ ,  $B(2, -1)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 2}{2 - (-1)} = -1$ .

Mamy już  $y = -x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $2 = -1 \times (-1) + c$ , czyli  $c = 1$ .

Nasze równanie to  $y = -x + 1$ .

d)  $A(3, 2)$ ,  $B(1, -3)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3 - 2}{1 - 3} = \frac{5}{2}$ .

Mamy już  $y = \frac{5}{2}x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $2 = \frac{5}{2} \times 3 + c$ , czyli  $c = -\frac{11}{2}$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

c)  $A(-1, 2), B(2, -1)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 2}{2 - (-1)} = -1$ .

Mamy już  $y = -x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $2 = -1 \times (-1) + c$ , czyli  $c = 1$ .

Nasze równanie to  $y = -x + 1$ .

d)  $A(3, 2), B(1, -3)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3 - 2}{1 - 3} = \frac{5}{2}$ .

Mamy już  $y = \frac{5}{2}x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $2 = \frac{5}{2} \times 3 + c$ , czyli  $c = -\frac{11}{2}$ .

Nasze równanie to  $y = \frac{5}{2}x - \frac{11}{2}$ .

## Przykłady

Oblicz wzory prostych przechodzących przez podane punkty:

c)  $A(-1, 2)$ ,  $B(2, -1)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 2}{2 - (-1)} = -1$ .

Mamy już  $y = -x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $2 = -1 \times (-1) + c$ , czyli  $c = 1$ .

Nasze równanie to  $y = -x + 1$ .

d)  $A(3, 2)$ ,  $B(1, -3)$ .

Najpierw gradient  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3 - 2}{1 - 3} = \frac{5}{2}$ .

Mamy już  $y = \frac{5}{2}x + c$ .

Podstawiamy jeden z punktów  $2 = \frac{5}{2} \times 3 + c$ , czyli  $c = -\frac{11}{2}$ .

Nasze równanie to  $y = \frac{5}{2}x - \frac{11}{2}$ .

# Zadanie

Wracamy do strony <https://www.desmos.com/calculator>. Wpisujemy dwie proste  $y = ax + b$  i  $y = cx + d$ . Mamy cztery parametry (cztery suwaki). Będziemy chcieli ustalić, kiedy nasze dwie linie będą (1) równoległe (2) prostopadłe.

# Linie równoległe i linie prostopadłe

Dwie linie  $y = m_1x + c_1$  i  $y = m_2x + c_2$  są:

## Linie równoległe i linie prostopadłe

Dwie linie  $y = m_1x + c_1$  i  $y = m_2x + c_2$  są:

równoległe, jeśli  $m_1 = m_2$ , czyli ich gradienty są takie same,

## Linie równoległe i linie prostopadłe

Dwie linie  $y = m_1x + c_1$  i  $y = m_2x + c_2$  są:

równoległe, jeśli  $m_1 = m_2$ , czyli ich gradienty są takie same,

prostopadłe, jeśli  $m_1 \times m_2 = -1$  lub równoważnie  $m_1 = -\frac{1}{m_2}$ , czyli jeden gradient jest odwrotny i przeciwny do drugiego.



## Przykład wprowadzający 1

Znajdź wzór prostej przechodzącej przez punkt  $A(1, 4)$  i równoległej do prostej  $y = 2x - 4$ .

## Przykład wprowadzający 1

Znajdź wzór prostej przechodzącej przez punkt  $A(1, 4)$  i równoległej do prostej  $y = 2x - 4$ .

Zaczynamy od obliczenia gradientu. Musi on być taki sam (bo proste mają być równoległe), jak gradient podanej prostej, a więc  $m = 2$ .

## Przykład wprowadzający 1

Znajdź wzór prostej przechodzącej przez punkt  $A(1, 4)$  i równoległej do prostej  $y = 2x - 4$ .

Zaczynamy od obliczenia gradientu. Musi on być taki sam (bo proste mają być równoległe), jak gradient podanej prostej, a więc  $m = 2$ . Mamy już wzór  $y = 2x + c$

## Przykład wprowadzający 1

Znajdź wzór prostej przechodzącej przez punkt  $A(1, 4)$  i równoległej do prostej  $y = 2x - 4$ .

Zaczynamy od obliczenia gradientu. Musi on być taki sam (bo proste mają być równoległe), jak gradient podanej prostej, a więc  $m = 2$ . Mamy już wzór  $y = 2x + c$

Obliczamy  $c$  korzystając z punktu  $A(1, 4)$ :

$$4 = 2 \times 1 + c$$

czyli  $c = 2$

## Przykład wprowadzający 1

Znajdź wzór prostej przechodzącej przez punkt  $A(1, 4)$  i równoległej do prostej  $y = 2x - 4$ .

Zaczynamy od obliczenia gradientu. Musi on być taki sam (bo proste mają być równoległe), jak gradient podanej prostej, a więc  $m = 2$ . Mamy już wzór  $y = 2x + c$

Obliczamy  $c$  korzystając z punktu  $A(1, 4)$ :

$$4 = 2 \times 1 + c$$

czyli  $c = 2$

Wzór naszej prostej to  $y = 2x + 2$ .

## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i równoległej do podanej prostej.

a)  $A(4, 1)$ ,  $y = 3x + 24$ .

## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i równoległej do podanej prostej.

a)  $A(4, 1)$ ,  $y = 3x + 24$ .

Gradient musi być ten sam, czyli  $m = 3$ .

## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i równoległej do podanej prostej.

a)  $A(4, 1)$ ,  $y = 3x + 24$ .

Gradient musi być ten sam, czyli  $m = 3$ .

Mamy już  $y = 3x + c$ .



## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i równoległej do podanej prostej.

a)  $A(4, 1)$ ,  $y = 3x + 24$ .

Gradient musi być ten sam, czyli  $m = 3$ .

Mamy już  $y = 3x + c$ .

Podstawiamy punkt  $1 = 3 \times 4 + c$ , czyli  $c = -11$ .

## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i równoległej do podanej prostej.

a)  $A(4, 1)$ ,  $y = 3x + 24$ .

Gradient musi być ten sam, czyli  $m = 3$ .

Mamy już  $y = 3x + c$ .

Podstawiamy punkt  $1 = 3 \times 4 + c$ , czyli  $c = -11$ .

Nasze równanie to  $y = 3x - 11$ .

## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i równoległej do podanej prostej.

a)  $A(4, 1), y = 3x + 24.$

Gradient musi być ten sam, czyli  $m = 3.$

Mamy już  $y = 3x + c.$

Podstawiamy punkt  $1 = 3 \times 4 + c,$  czyli  $c = -11.$

Nasze równanie to  $y = 3x - 11.$

b)  $A(2, 5), y = -2x - 1.$

## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i równoległej do podanej prostej.

a)  $A(4, 1), y = 3x + 24.$

Gradient musi być ten sam, czyli  $m = 3.$

Mamy już  $y = 3x + c.$

Podstawiamy punkt  $1 = 3 \times 4 + c,$  czyli  $c = -11.$

Nasze równanie to  $y = 3x - 11.$

b)  $A(2, 5), y = -2x - 1.$

Gradient musi być ten sam, czyli  $m = -2.$

## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i równoległej do podanej prostej.

a)  $A(4, 1), y = 3x + 24.$

Gradient musi być ten sam, czyli  $m = 3.$

Mamy już  $y = 3x + c.$

Podstawiamy punkt  $1 = 3 \times 4 + c,$  czyli  $c = -11.$

Nasze równanie to  $y = 3x - 11.$

b)  $A(2, 5), y = -2x - 1.$

Gradient musi być ten sam, czyli  $m = -2.$

Mamy już  $y = -2x + c.$

## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i równoległej do podanej prostej.

a)  $A(4, 1)$ ,  $y = 3x + 24$ .

Gradient musi być ten sam, czyli  $m = 3$ .

Mamy już  $y = 3x + c$ .

Podstawiamy punkt  $1 = 3 \times 4 + c$ , czyli  $c = -11$ .

Nasze równanie to  $y = 3x - 11$ .

b)  $A(2, 5)$ ,  $y = -2x - 1$ .

Gradient musi być ten sam, czyli  $m = -2$ .

Mamy już  $y = -2x + c$ .

Podstawiamy punkt  $5 = (-2) \times 2 + c$ , czyli  $c = 9$ .

## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i równoległej do podanej prostej.

a)  $A(4, 1)$ ,  $y = 3x + 24$ .

Gradient musi być ten sam, czyli  $m = 3$ .

Mamy już  $y = 3x + c$ .

Podstawiamy punkt  $1 = 3 \times 4 + c$ , czyli  $c = -11$ .

Nasze równanie to  $y = 3x - 11$ .

b)  $A(2, 5)$ ,  $y = -2x - 1$ .

Gradient musi być ten sam, czyli  $m = -2$ .

Mamy już  $y = -2x + c$ .

Podstawiamy punkt  $5 = (-2) \times 2 + c$ , czyli  $c = 9$ .

Nasze równanie to  $y = -2x + 9$ .

## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i równoległej do podanej prostej.

a)  $A(4, 1)$ ,  $y = 3x + 24$ .

Gradient musi być ten sam, czyli  $m = 3$ .

Mamy już  $y = 3x + c$ .

Podstawiamy punkt  $1 = 3 \times 4 + c$ , czyli  $c = -11$ .

Nasze równanie to  $y = 3x - 11$ .

b)  $A(2, 5)$ ,  $y = -2x - 1$ .

Gradient musi być ten sam, czyli  $m = -2$ .

Mamy już  $y = -2x + c$ .

Podstawiamy punkt  $5 = (-2) \times 2 + c$ , czyli  $c = 9$ .

Nasze równanie to  $y = -2x + 9$ .



## Przykład wprowadzający 2

Znajdź wzór prostej przechodzącej przez punkt  $A(3, 1)$  i równoległej do prostej  $y = \frac{1}{2}x - 5$ .

## Przykład wprowadzający 2

Znajdź wzór prostej przechodzącej przez punkt  $A(3, 1)$  i równoległej do prostej  $y = \frac{1}{2}x - 5$ .

Zaczynamy od obliczenia gradientu. Musi on być odwrotny i przeciwny do  $\frac{1}{2}$  (bo proste mają być prostopadłe), a więc  $m = -2$ .

## Przykład wprowadzający 2

Znajdź wzór prostej przechodzącej przez punkt  $A(3, 1)$  i równoległej do prostej  $y = \frac{1}{2}x - 5$ .

Zaczynamy od obliczenia gradientu. Musi on być odwrotny i przeciwny do  $\frac{1}{2}$  (bo proste mają być prostopadłe), a więc  $m = -2$ . Mamy już wzór  $y = -2x + c$

## Przykład wprowadzający 2

Znajdź wzór prostej przechodzącej przez punkt  $A(3, 1)$  i równoległej do prostej  $y = \frac{1}{2}x - 5$ .

Zaczynamy od obliczenia gradientu. Musi on być odwrotny i przeciwny do  $\frac{1}{2}$  (bo proste mają być prostopadłe), a więc  $m = -2$ . Mamy już wzór  $y = -2x + c$

Obliczamy  $c$  korzystając z punktu  $A(3, 1)$ :

$$1 = -2 \times 3 + c$$

czyli  $c = 7$

## Przykład wprowadzający 2

Znajdź wzór prostej przechodzącej przez punkt  $A(3, 1)$  i równoległej do prostej  $y = \frac{1}{2}x - 5$ .

Zaczynamy od obliczenia gradientu. Musi on być odwrotny i przeciwny do  $\frac{1}{2}$  (bo proste mają być prostopadłe), a więc  $m = -2$ . Mamy już wzór  $y = -2x + c$

Obliczamy  $c$  korzystając z punktu  $A(3, 1)$ :

$$1 = -2 \times 3 + c$$

czyli  $c = 7$

Wzór naszej prostej to  $y = -2x + 7$ .

## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i prostopadłej do podanej prostej.

a)  $A(2, 6)$ ,  $y = -x + 2$ .

## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i prostopadłej do podanej prostej.

a)  $A(2, 6)$ ,  $y = -x + 2$ .

Gradient musi być odwrotny i przeciwny do  $-1$ , czyli  $m = 1$ .

## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i prostopadłej do podanej prostej.

a)  $A(2, 6)$ ,  $y = -x + 2$ .

Gradient musi być odwrotny i przeciwny do  $-1$ , czyli  $m = 1$ .

Mamy już  $y = x + c$ .



## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i prostopadłej do podanej prostej.

a)  $A(2, 6)$ ,  $y = -x + 2$ .

Gradient musi być odwrotny i przeciwny do  $-1$ , czyli  $m = 1$ .

Mamy już  $y = x + c$ .

Podstawiamy punkt  $6 = 2 + c$ , czyli  $c = 4$ .

## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i prostopadłej do podanej prostej.

a)  $A(2, 6)$ ,  $y = -x + 2$ .

Gradient musi być odwrotny i przeciwny do  $-1$ , czyli  $m = 1$ .

Mamy już  $y = x + c$ .

Podstawiamy punkt  $6 = 2 + c$ , czyli  $c = 4$ .

Nasze równanie to  $y = x + 4$ .

# Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i prostopadłej do podanej prostej.

a)  $A(2, 6)$ ,  $y = -x + 2$ .

Gradient musi być odwrotny i przeciwny do  $-1$ , czyli  $m = 1$ .

Mamy już  $y = x + c$ .

Podstawiamy punkt  $6 = 2 + c$ , czyli  $c = 4$ .

Nasze równanie to  $y = x + 4$ .

b)  $A(1, 1)$ ,  $y = 4x - 1$ .

# Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i prostopadłej do podanej prostej.

a)  $A(2, 6)$ ,  $y = -x + 2$ .

Gradient musi być odwrotny i przeciwny do  $-1$ , czyli  $m = 1$ .

Mamy już  $y = x + c$ .

Podstawiamy punkt  $6 = 2 + c$ , czyli  $c = 4$ .

Nasze równanie to  $y = x + 4$ .

b)  $A(1, 1)$ ,  $y = 4x - 1$ .

musi być odwrotny i przeciwny do  $4$ , czyli  $m = -\frac{1}{4}$ .

# Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i prostopadłej do podanej prostej.

a)  $A(2, 6)$ ,  $y = -x + 2$ .

Gradient musi być odwrotny i przeciwny do  $-1$ , czyli  $m = 1$ .

Mamy już  $y = x + c$ .

Podstawiamy punkt  $6 = 2 + c$ , czyli  $c = 4$ .

Nasze równanie to  $y = x + 4$ .

b)  $A(1, 1)$ ,  $y = 4x - 1$ .

musi być odwrotny i przeciwny do  $4$ , czyli  $m = -\frac{1}{4}$ .

Mamy już  $y = -\frac{1}{4}x + c$ .

# Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i prostopadłej do podanej prostej.

a)  $A(2, 6)$ ,  $y = -x + 2$ .

Gradient musi być odwrotny i przeciwny do  $-1$ , czyli  $m = 1$ .

Mamy już  $y = x + c$ .

Podstawiamy punkt  $6 = 2 + c$ , czyli  $c = 4$ .

Nasze równanie to  $y = x + 4$ .

b)  $A(1, 1)$ ,  $y = 4x - 1$ .

musi być odwrotny i przeciwny do  $4$ , czyli  $m = -\frac{1}{4}$ .

Mamy już  $y = -\frac{1}{4}x + c$ .

Podstawiamy punkt  $1 = (-\frac{1}{4}) \times 1 + c$ , czyli  $c = \frac{5}{4}$ .

## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i prostopadłej do podanej prostej.

a)  $A(2, 6)$ ,  $y = -x + 2$ .

Gradient musi być odwrotny i przeciwny do  $-1$ , czyli  $m = 1$ .

Mamy już  $y = x + c$ .

Podstawiamy punkt  $6 = 2 + c$ , czyli  $c = 4$ .

Nasze równanie to  $y = x + 4$ .

b)  $A(1, 1)$ ,  $y = 4x - 1$ .

musi być odwrotny i przeciwny do  $4$ , czyli  $m = -\frac{1}{4}$ .

Mamy już  $y = -\frac{1}{4}x + c$ .

Podstawiamy punkt  $1 = (-\frac{1}{4}) \times 1 + c$ , czyli  $c = \frac{5}{4}$ .

Nasze równanie to  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$ .

## Przykłady

Znajdź wzory prostej przechodzącej przez podany punkt i prostopadłej do podanej prostej.

a)  $A(2, 6)$ ,  $y = -x + 2$ .

Gradient musi być odwrotny i przeciwny do  $-1$ , czyli  $m = 1$ .

Mamy już  $y = x + c$ .

Podstawiamy punkt  $6 = 2 + c$ , czyli  $c = 4$ .

Nasze równanie to  $y = x + 4$ .

b)  $A(1, 1)$ ,  $y = 4x - 1$ .

musi być odwrotny i przeciwny do  $4$ , czyli  $m = -\frac{1}{4}$ .

Mamy już  $y = -\frac{1}{4}x + c$ .

Podstawiamy punkt  $1 = (-\frac{1}{4}) \times 1 + c$ , czyli  $c = \frac{5}{4}$ .

Nasze równanie to  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$ .



Na wejściówkę trzeba umieć znaleźć wzór prostej mając dane, jak w powyższych przykładach.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na [T.J.Lechowski@gmail.com](mailto:T.J.Lechowski@gmail.com).