

Grupa A

Nr zadania	1	2	3	4	5	Suma
Liczba punktów						

Ciągi

Praca klasowa nr 3

Zadanie 1. (6 pkt)

Udowodnij, powołując się na definicję granicy ciągu liczbowego, że liczba 2 jest granicą ciągu (a_n) , gdzie $a_n = \frac{2n-1}{n}$. Następnie ustal, które wyrazy ciągu (a_n) są oddalone od granicy o mniej niż 0,004.

Zadanie 2. (6 pkt)

Oblicz granice ciągów (a_n) , (b_n) i (c_n) , jeśli:

$$\text{a) } a_n = \frac{3n^3 + 2n^2 - 5n - 6}{(1+2n)(2n-7)(7-3n)} \quad \text{b) } b_n = \frac{-5^n - 4 \cdot 2^n}{5^{n+1} - 2 \cdot 2^n} \quad \text{c) } c_n = n^4 - 7n^3 - 2n^2 - 1$$

Zadanie 3. (6 pkt)

W nieskończonym ciągu geometrycznym suma wyrazów o numerach parzystych jest równa 4, a suma wyrazów o numerach nieparzystych 16. Wyznacz ten ciąg. Oblicz sumę pięciu początkowych wyrazów tego ciągu.

Zadanie 4. (6 pkt)

Ciąg (a_n) opisany jest wzorem $a_n = \left(\frac{2+p}{4-p}\right)^{n+2}$, gdzie p jest liczbą rzeczywistą ($p \neq 4$).

- Udowodnij, że ciąg (a_n) jest geometryczny.
- Wyznacz te liczby p , dla których istnieje suma wszystkich wyrazów ciągu.

Zadanie 5. (6 pkt)

Prawa strona wzoru funkcji $f(x) = \frac{x-1}{x-2} + \left(\frac{x-1}{x-2}\right)^2 + \left(\frac{x-1}{x-2}\right)^3 + \dots$ jest szeregiem geometrycznym zbieżnym.

- Wyznacz dziedzinę funkcji f i zapisz jej wzór.
- Naszkiuj wykres funkcji $y = |f(|x|)|$.
- Rozwiąż równanie $|f(|x|)| = \frac{1}{2}$.