

Grupa B

Nr zadania	1	2	3	4	5	Suma
Liczba punktów						

Ciągi

Praca klasowa nr 3

Zadanie 1. (6 pkt)

Udowodnij, powołując się na definicję granicy ciągu liczbowego, że liczba 3 jest granicą ciągu (a_n) , gdzie $a_n = \frac{3n-2}{n}$. Następnie ustal, które wyrazy ciągu (a_n) są oddalone od liczby 3 o mniej niż 0,002.

Zadanie 2. (6 pkt)

Oblicz granice ciągów (a_n) , (b_n) , (c_n) , jeśli:

a) $a_n = \frac{5n^3 - 3n^2 + 2n - 1}{(1-n)(2n-3)(n+5)}$ b) $b_n = \frac{5 \cdot 4^n - 3^n}{3^n + 4^{n-1}}$ c) $c_n = -5n^5 + 2n^3 - 6n + 2$

Zadanie 3. (6 pkt)

W nieskończonym ciągu geometrycznym suma wyrazów o numerach parzystych jest równa 5, a suma o numerach nieparzystych wynosi 25. Wyznacz ten ciąg. Oblicz sumę czterech początkowych wyrazów tego ciągu.

Zadanie 4. (6 pkt)

Ciąg (a_n) opisany jest wzorem $a_n = \left(\frac{p+1}{3-p}\right)^{n+3}$, gdzie p jest liczbą rzeczywistą ($p \neq 3$).

- Udowodnij, że ciąg (a_n) jest geometryczny.
- Wyznacz te liczby p , dla których istnieje suma wszystkich wyrazów ciągu.

Zadanie 5. (6 pkt)

Prawa strona wzoru funkcji $f(x) = \frac{x-3}{x-4} + \left(\frac{x-3}{x-4}\right)^2 + \left(\frac{x-3}{x-4}\right)^3 + \dots$ jest szeregiem geometrycznym zbieżnym.

- Wyznacz dziedzinę funkcji f i zapisz jej wzór.
- Narysuj wykres funkcji $y = |f(|x|)|$.
- Rozwiąż równanie $|f(|x|)| = \frac{1}{2}$.