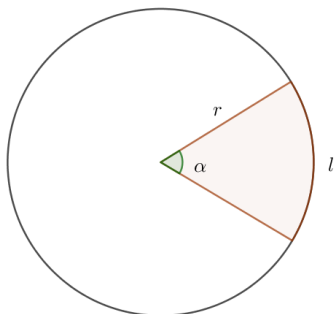


# Miara łukowa

Musimy umieć zamienić stopnie na radiany i *vice versa*.

## Miara łukowa kąta

Miarą łukową jest stosunek łuku do promienia okręgu, w którym dany kąt jest wyznaczony.

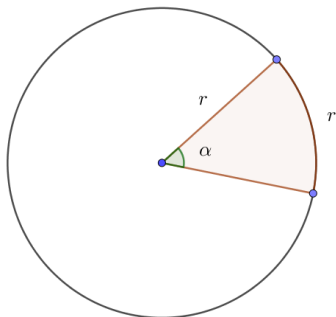


$$\alpha = \frac{l}{r} \text{ rad}$$

Jednostką miary łukowej są radiany.

# Radiany

Kąt o mierze jednego radiana to kąt, który wyznacza łuk, który jest równy promieniowi okręgu:



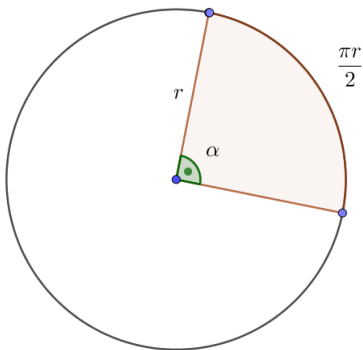
$$\alpha = \frac{r}{r} \text{rad} = 1 \text{rad}$$

## Ważne kąty

Na następnych slajdach zamienimy najważniejsze kąty ze stopni na radiany.

90°

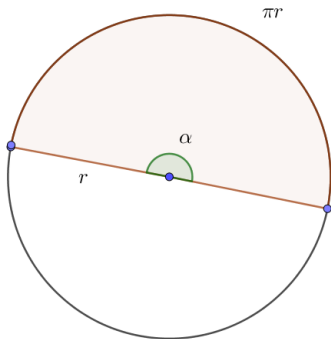
Jeśli kąt ma 90°, to łuk wyznaczony przez ten kąt będzie  $\frac{1}{4}$  obwodu okręgu, czyli będzie miał długość  $\frac{\pi r}{2}$ :



$$\alpha = 90^\circ = \frac{\pi r}{2} \text{ rad} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

# 180°

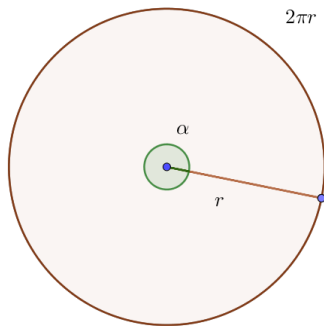
Jeśli kąt ma 180°, to łuk wyznaczony przez ten kąt będzie  $\frac{1}{2}$  obwodu okręgu, czyli będzie miał długość  $\pi r$ :



$$\alpha = 180^\circ = \frac{\pi r}{r} \text{ rad} = \pi \text{ rad}$$

# 360°

Jeśli kąt ma 360°, to łuk wyznaczony przez ten kąt będzie obwodem okręgu, czyli będzie miał długość  $2\pi r$ :



$$\alpha = 360^\circ = \frac{2\pi r}{r} \text{ rad} = 2\pi \text{ rad}$$



# Podsumowanie

Mamy następujące równości:

$$90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{rad}$$

$$180^\circ = \pi \text{rad}$$

$$360^\circ = 2\pi \text{rad}$$

## Zamiana ze stopni na radiany i *vice versa*

Na potrzeby zamiany między jednostkami najważniejszy jest kąt  $180^\circ = \pi rad$ , bo z niego łatwo wywnioskować przelicznik.

## Zamiana ze stopni na radiany i *vice versa*

Na potrzeby zamiany między jednostkami najważniejszy jest kąt  $180^\circ = \pi rad$ , bo z niego łatwo wywnioskować przelicznik. Skoro  $180^\circ = \pi rad$ , to  $1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} rad$ , czyli, by zamienić jakiś kąt ze stopni na radiany, musimy pomnożyć ten kąt przez  $\frac{\pi}{180^\circ} rad$ .

## Zamiana ze stopni na radiany i *vice versa*

Na potrzeby zamiany między jednostkami najważniejszy jest kąt  $180^\circ = \pi rad$ , bo z niego łatwo wywnioskować przelicznik. Skoro  $180^\circ = \pi rad$ , to  $1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} rad$ , czyli, by zamienić jakiś kąt ze stopni na radiany, musimy pomnożyć ten kąt przez  $\frac{\pi}{180^\circ} rad$ .

Przykład - zamienimy  $20^\circ$  na radiany:

$$20^\circ = 20 \times \frac{\pi}{180^\circ} rad = \frac{\pi}{9} rad$$

## Zamiana ze stopni na radiany i *vice versa*

Oczywiście skoro  $1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad}$ , to mamy również  $1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}}$ . Czyli, by zamienić z radianów na stopnie muszą dany kąt pomnożyć przez  $\frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}}$ .

## Zamiana ze stopni na radiany i *vice versa*

Oczywiście skoro  $1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad}$ , to mamy również  $1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}}$ . Czyli, by zamienić z radianów na stopnie muszą dany kąt pomnożyć przez  $\frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}}$ .  
Przykład - zamienimy  $\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$  na stopnie:

$$\frac{2\pi}{3} \text{ rad} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad} \times \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}} = 120^\circ$$

W całej powyższej prezentacji, gdy jednostką były radiany dopisywałem na końcu *rad*. W praktyce nie będziemy tego pisać. Od teraz radiany są naszą domyślną jednostką w trygonometrii. Jeśli chcemy korzystać ze stopni, to trzeba to zaznaczyć stosując symbol  $^{\circ}$ .

# Zapis

W całej powyższej prezentacji, gdy jednostką były radiany dopisywałem na końcu *rad*. W praktyce nie będziemy tego pisać. Od teraz radiany są naszą domyślną jednostką w trygonometrii. Jeśli chcemy korzystać ze stopni, to trzeba to zaznaczyć stosując symbol  $^{\circ}$ . Czyli  $\sin 1$  oznacza sinus jednego radiana. Jeśli chcemy zapisać sinus jednego stopnia to piszemy  $\sin 1^{\circ}$ .



# Wejściówka

Na wejściówkę trzeba umieć przeliczać stopnie na radiany i *vice versa*.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na [T.J.Lechowski@gmail.com](mailto:T.J.Lechowski@gmail.com).