Równania z jedną niewiadomą i parametrem

Trzeba umieć ustalić wartość parametru w danym równaniu na podstawie informacji o rozwiązaniach tego równania oraz uzależnić liczbę rozwiązań od parametru.

Przykład 1

Ustal wartość parametru m ($m \in \mathbb{R}$), dla którego równanie

$$m^2x - 3 = 9x + m$$

ma nieskończenie wiele roziwązań.

Przykład 1

Ustal wartość parametru m ($m \in \mathbb{R}$), dla którego równanie

$$m^2x - 3 = 9x + m$$

ma nieskończenie wiele roziwązań. Przekształcamy do postaci:

$$(m^2 - 9)x - 3 - m = 0$$

i rozważamy funkcję $f(x) = (m^2 - 9)x - m - 3$. Chcemy, by ta funkcja miała nieskończenie wiele miejsc zerowych, czyli $a = m^2 - 9 = 0$ oraz $b = -m - 3 = 0$ (oba współczynniki muszą się zerować).

Przykład 1

Ustal wartość parametru m ($m \in \mathbb{R}$), dla którego równanie

$$m^2 x - 3 = 9x + m$$

ma nieskończenie wiele roziwązań. Przekształcamy do postaci:

$$(m^2 - 9)x - 3 - m = 0$$

i rozważamy funkcję $f(x) = (m^2 - 9)x - m - 3$. Chcemy, by ta funkcja miała nieskończenie wiele miejsc zerowych, czyli $a = m^2 - 9 = 0$ oraz $b = -m - 3 = 0$ (oba współczynniki muszą się zerować). Rozwiązujemy i otrzymujemy $m = -3$.

Przykład 2

Zbadaj liczbę rozwiązań równania:

$$2px + 5 = 3x - p$$

w zależności od parametru p, $p \in \mathbb{R}$.

Przykład 2

Zbadaj liczbę rozwiązań równania:

$$2px + 5 = 3x - p$$

w zależności od parametru p, $p \in \mathbb{R}$. Przekształcamy do postaci:

$$(2p - 3)x + 5 + p = 0$$

i rozważamy funkcję $f(x) = (2p - 3)x + 5 + p$. Teoretycznie możliwe są trzy przypadki:

- $a \neq 0$. Funkcja wtedy nie jest stała, a więc przetnie oś OX i zrobi to dokładnie raz, więc będzie jedno rozwiązanie.
- $a = 0$ i $b = 0$. Funkcja jest stała i równa 0. Ma ona wtedy nieskończenie wiele rozwiązań.
- $a = 0$ i $b \neq 0$. Funkcja jest stała, ale różna od zera. Nigdy nie przetnie osi OX, więc nie ma żadnych rozwiązań.

Przykład 2

W rozważanym przypadku: $a = 2p - 3$, natomiast $b = 5 + p$.

Przykład 2

W rozważanym przypadku: $a = 2p - 3$, natomiast $b = 5 + p$.

- Będzie jedno rozwiązanie dla $a \neq 0$, czyli dla $p \neq 1.5$.

Przykład 2

W rozważanym przypadku: $a = 2p - 3$, natomiast $b = 5 + p$.

- Będzie jedno rozwiązanie dla $a \neq 0$, czyli dla $p \neq 1.5$.
- Jeśli $p = 1.5$, to $a = 0$, a $b = 5 + 1.5 = 6.5 \neq 0$, czyli nie będzie żadnych rozwiązań.

Przykład 3

Zbadaj liczbę rozwiązań równania:

$$p^2x + 6 = 4x - 2q$$

w zależności od parametrów p i q, $p, q \in \mathbb{R}$.

Przykład 3

Zbadaj liczbę rozwiązań równania:

$$p^2x + 6 = 4x - 2q$$

w zależności od parametrów p i q, $p, q \in \mathbb{R}$.

Przekształcamy do postaci:

$$(p^2 - 4)x + 6 + 2q = 0$$

Przykład 3

Zbadaj liczbę rozwiązań równania:

$$p^2x + 6 = 4x - 2q$$

w zależności od parametrów p i q, $p, q \in \mathbb{R}$.

Przekształcamy do postaci:

$$(p^2 - 4)x + 6 + 2q = 0$$

Mamy $a = p^2 - 4$ oraz $b = 6 + 2q$.

Przykład 3

Zbadaj liczbę rozwiązań równania:

$$p^2x + 6 = 4x - 2q$$

w zależności od parametrów p i q, $p, q \in \mathbb{R}$.

Przekształcamy do postaci:

$$(p^2 - 4)x + 6 + 2q = 0$$

Mamy $a = p^2 - 4$ oraz $b = 6 + 2q$.

- $a \neq 0$ ozanacza, że $p \neq 2$ i $p \neq -2$, czyli dla $p \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$ będzie dokładnie jedno rozwiązanie.

Przykład 3

Zbadaj liczbę rozwiązań równania:

$$p^2x + 6 = 4x - 2q$$

w zależności od parametrów p i q, $p, q \in \mathbb{R}$.

Przekształcamy do postaci:

$$(p^2 - 4)x + 6 + 2q = 0$$

Mamy $a = p^2 - 4$ oraz $b = 6 + 2q$.

- $a \neq 0$ ozanacza, że $p \neq 2$ i $p \neq -2$, czyli dla $p \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$ będzie dokładnie jedno rozwiązanie.
- Jeśli $p = 2$ lub $p = -2$, to $a = 0$ i przechodzimy do analizy współczynnika b. $b = 0$ dla $q = -3$, wtedy będzie nieskończenie wiele rozwiązań.

Przykład 3

Zbadaj liczbę rozwiązań równania:

$$p^2x + 6 = 4x - 2q$$

w zależności od parametrów p i q, $p, q \in \mathbb{R}$.

Przekształcamy do postaci:

$$(p^2 - 4)x + 6 + 2q = 0$$

Mamy $a = p^2 - 4$ oraz $b = 6 + 2q$.

- $a \neq 0$ ozanacza, że $p \neq 2$ i $p \neq -2$, czyli dla $p \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$ będzie dokładnie jedno rozwiązanie.
- Jeśli $p = 2$ lub $p = -2$, to $a = 0$ i przechodzimy do analizy współczynnika b. $b = 0$ dla $q = -3$, wtedy będzie nieskończenie wiele rozwiązań.
- Jeśli $p = 2$ lub $p = -2$, a $q \neq -3$ nie będzie żadnych rozwiązań.

Wejściówka

Na wejściówkę trzeba umieć rozwiązać przykłady analogiczne do powyższych.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.