

Największa i najmniejsza wartość funkcji

Musimy umieć obliczyć największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym.

Mając daną funkcję kwadratową $f(x) = ax^2 + bx + c$ i przedział domknięty $\langle d, e \rangle$, by obliczyć największą i najmniejszą wartość tej funkcji w danym przedziale postępujemy następująco:

Mając daną funkcję kwadratową $f(x) = ax^2 + bx + c$ i przedział domknięty $\langle d, e \rangle$, by obliczyć największą i najmniejszą wartość tej funkcji w danym przedziale postępujemy następująco:

1. Sprawdzamy, czy współrzędna x wierzchołka paraboli będącej wykresem naszej funkcji mieści się w danym przedziale.

Mając daną funkcję kwadratową $f(x) = ax^2 + bx + c$ i przedział domknięty $\langle d, e \rangle$, by obliczyć największą i najmniejszą wartość tej funkcji w danym przedziale postępujemy następująco:

1. Sprawdzamy, czy współrzędna x wierzchołka paraboli będącej wykresem naszej funkcji mieści się w danym przedziale.
2. Jeśli tak, to porównujemy 3 wartości: współrzędną y wierzchołka oraz $f(d)$ i $f(e)$, czyli wartości na krańcach przedziału.

Mając daną funkcję kwadratową $f(x) = ax^2 + bx + c$ i przedział domknięty $\langle d, e \rangle$, by obliczyć największą i najmniejszą wartość tej funkcji w danym przedziale postępujemy następująco:

1. Sprawdzamy, czy współrzędna x wierzchołka paraboli będącej wykresem naszej funkcji mieści się w danym przedziale.
2. Jeśli tak, to porównujemy 3 wartości: współrzędna y wierzchołka oraz $f(d)$ i $f(e)$, czyli wartości na krańcach przedziału.
3. Jeśli nie, to porównujemy jedynie $f(d)$ i $f(e)$.

Mając daną funkcję kwadratową $f(x) = ax^2 + bx + c$ i przedział domknięty $\langle d, e \rangle$, by obliczyć największą i najmniejszą wartość tej funkcji w danym przedziale postępujemy następująco:

1. Sprawdzamy, czy współrzędna x wierzchołka paraboli będącej wykresem naszej funkcji mieści się w danym przedziale.
2. Jeśli tak, to porównujemy 3 wartości: współrzędną y wierzchołka oraz $f(d)$ i $f(e)$, czyli wartości na krańcach przedziału.
3. Jeśli nie, to porównujemy jedynie $f(d)$ i $f(e)$.

By znaleźć największą i najmniejszą wartość funkcji, wybieramy oczywiście odpowiednio największą i najmniejszą z porównywanych wartości.

Przykład 1

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = 2x^2 + x - 1$ w przedziale $\langle -2, 3 \rangle$.

Przykład 1

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = 2x^2 + x - 1$ w przedziale $\langle -2, 3 \rangle$.

1. Współrzędna x wierzchołka: $x_w = \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{4}$. $x_w \in \langle -2, 3 \rangle$.

Przykład 1

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = 2x^2 + x - 1$ w przedziale $\langle -2, 3 \rangle$.

1. Współrzędna x wierzchołka: $x_w = \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{4}$. $x_w \in \langle -2, 3 \rangle$.

2. Obliczamy współrzędną y wierzchołka oraz $f(-2)$ i $f(3)$

$$y_w = \frac{-\Delta}{4a} = -\frac{9}{8},$$

$$f(-2) = 5,$$

$$f(3) = 20.$$

Przykład 1

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = 2x^2 + x - 1$ w przedziale $\langle -2, 3 \rangle$.

1. Współrzędna x wierzchołka: $x_w = \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{4}$. $x_w \in \langle -2, 3 \rangle$.

2. Obliczamy współrzędną y wierzchołka oraz $f(-2)$ i $f(3)$

$$y_w = \frac{-\Delta}{4a} = -\frac{9}{8},$$

$$f(-2) = 5,$$

$$f(3) = 20.$$

Największą wartością funkcji $f(x) = 2x^2 + x - 1$ w przedziale $\langle -2, 3 \rangle$ jest 20, najmniejszą $-\frac{9}{8}$.

Przykład 2

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = -x^2 + 5x - 1$ w przedziale $\langle -1, 2 \rangle$.

Przykład 2

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = -x^2 + 5x - 1$ w przedziale $\langle -1, 2 \rangle$.

1. Współrzędna x wierzchołka: $x_w = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{-2} = 2.5$. $x_w \notin \langle -1, 2 \rangle$.

Przykład 2

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = -x^2 + 5x - 1$ w przedziale $\langle -1, 2 \rangle$.

1. Współrzędna x wierzchołka: $x_w = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{-2} = 2.5$. $x_w \notin \langle -1, 2 \rangle$.
2. Obliczamy $f(-1)$ i $f(2)$
 $f(-1) = -7,$
 $f(2) = 5.$

Przykład 2

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = -x^2 + 5x - 1$ w przedziale $\langle -1, 2 \rangle$.

1. Współrzędna x wierzchołka: $x_w = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{-2} = 2.5$. $x_w \notin \langle -1, 2 \rangle$.
2. Obliczamy $f(-1)$ i $f(2)$
 $f(-1) = -7$,
 $f(2) = 5$.

Największą wartością funkcji funkcji $f(x) = -x^2 + 5x - 1$ w przedziale $\langle -1, 2 \rangle$ jest 5, najmniejszą -7 .

Przykład 3

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = 3x^2 + x + 2$ w przedziale $\langle -3, 1 \rangle$.

Przykład 3

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = 3x^2 + x + 2$ w przedziale $\langle -3, 1 \rangle$.

1. Współrzędna x wierzchołka: $x_w = \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{6}$. $x_w \in \langle -3, 1 \rangle$.

Przykład 3

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = 3x^2 + x + 2$ w przedziale $\langle -3, 1 \rangle$.

1. Współrzędna x wierzchołka: $x_w = \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{6}$. $x_w \in \langle -3, 1 \rangle$.
2. Obliczamy współrzędną y wierzchołka oraz $f(-3)$ i $f(1)$

$$y_w = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{23}{12},$$

$$f(-3) = 26,$$

$$f(1) = 6.$$

Przykład 3

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = 3x^2 + x + 2$ w przedziale $\langle -3, 1 \rangle$.

1. Współrzędna x wierzchołka: $x_w = \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{6}$. $x_w \in \langle -3, 1 \rangle$.

2. Obliczamy współrzędną y wierzchołka oraz $f(-3)$ i $f(1)$

$$y_w = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{23}{12},$$

$$f(-3) = 26,$$

$$f(1) = 6.$$

Największą wartością funkcji $f(x) = 3x^2 + x + 2$ w przedziale $\langle -3, 1 \rangle$ jest 26, najmniejszą $\frac{23}{12}$.

Wykresy

Możecie sami popробować z wymyślonymi przykładami i sprawdzać je rysując wykresy na <https://www.desmos.com/calculator>.
By narysować funkcję w określonym przedziale wpisujemy ją następująco $f(x) = \{-3 \leq x \leq 1 : 3x^2 + x + 2\}$. Program narysuje wtedy funkcję z przykładu 3 (określona na danym przedziale).

Wejściówka

Na wejściówkę trzeba umieć umieć obliczyć największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.