

Grupa B

Nr zadania	1	2	3	4	5	Suma
Liczba punktów						

Geometria analityczna

Praca klasowa nr 1

Zadanie 1. (6 pkt)

Dane jest przekształcenie P płaszczyzny dane wzorem:

$$P((x, y)) = (y + 4, -x + 6), \text{ gdzie } x, y \in \mathbf{R}.$$

- Wykaż, że przekształcenie P jest izometrią.
- Wyznacz równanie okręgu o_1 , który jest obrazem okręgu $o: x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$ w przekształceniu P .
- Oblicz pole czworokąta SS_1OA , gdzie S, S_1 są środkami okręgów odpowiednio o i o_1 , O jest początkiem układu współrzędnych, a punkt A ma współrzędne $A(-3, 0)$.

Zadanie 2. (6 pkt)

Punkty $A(-1, 2)$, $B(3, -3)$ i $C(5, 3)$ są wierzchołkami trójkąta ABC .

- Oblicz cosinus najmniejszego kąta w tym trójkącie.
- Oblicz długość wysokości tego trójkąta poprowadzonej na bok BC .

Zadanie 3. (6 pkt)

Do wykresu funkcji $f(x) = x^2 - 12x + 32$ poprowadzono w punkcie P styczną, która jest prostopadła do prostej $l: 3x - 6y + 1 = 0$.

- Wyznacz równanie tej stycznej.
- Oblicz pole trójkąta ograniczonego przez tę styczną oraz obie osie układu współrzędnych.

Zadanie 4. (6 pkt)

Okrąg $o: x^2 + y^2 - 6\sqrt{3}x + 15 = 0$ jest opisany na sześciokącie foremnym $ABCDEF$.

- Wyznacz współrzędne wierzchołków tego sześciokąta, wiedząc, że odcięta punktu A jest równa $\sqrt{3}$.
- Oblicz pole figury $F = F_1 - F_2$, gdzie F_1 jest sześciokątem $ABCDEF$, zaś F_2 – kołem wpisanym w ten sześciokąt.

Zadanie 5. (6 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru a ($a \in \mathbf{R}$) dla których wektory $\vec{u} = [a^2 - 5, 2]$ i $\vec{v} = [a, a^2 - 3]$ są prostopadłe. Dla najmniejszej wyznaczonej wartości parametru a napisz równanie prostej prostopadłej do wektora $\vec{u} - \vec{v}$ i przechodzącej przez początek układu współrzędnych.