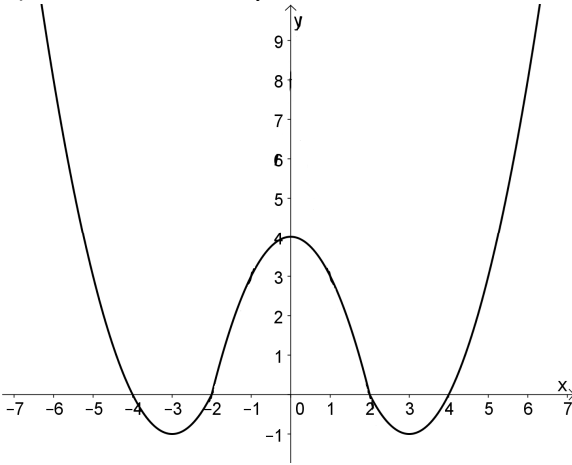


Odpowiedzi

Funkcja kwadratowa

Praca klasowa nr 1, grupa A

1.	a) ułożenie i rozwiązanie układu $\begin{cases} a^2 + c = 0 \\ 4a - 2b + c = 0 \\ a + b + c = 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \\ c = -4 \end{cases}$	3 pkt	5 pkt
	b) ułożenie i rozwiązanie równania $2(x-1)(x+2) = (x+2)^2 \Leftrightarrow x \in \{-2, 4\}$	2 pkt	
2.	a) naszkicowanie wykresu 	2 pkt	5 pkt
	b) naszkicowanie wykresu funkcji $y = f(x+1)$, obliczenie $f(x+1) = 4$ i zapisanie rozwiązania $x \in (-\infty, -4 - \sqrt{5}) \cup \{-1\} \cup (2 + \sqrt{5}, +\infty)$	3 pkt	
3.	Oznaczenie boków trójkąta, np. $a, 10 - a, c$ ($0 < a < 10, c > 0$). Ułożenie równania z wykorzystaniem tw. cosinusów: $c^2 = a^2 + (10 - a)^2 + a(10 - a)$ i zapisanie wzoru $c(a) = \sqrt{a^2 - 10a + 100}$ i $a \in (0, 10)$	2 pkt	5 pkt
	Rozpatrywanie funkcji $g(a) = a^2 - 10a + 100, 0 < a < 10$ i obliczenie $a_w = 5, 5 \in (0, 10)$	1 pkt	
	Obliczenie $c = 5\sqrt{3}$ i najmniejszego obwodu równego $5(2 + \sqrt{3})$	2 pkt	

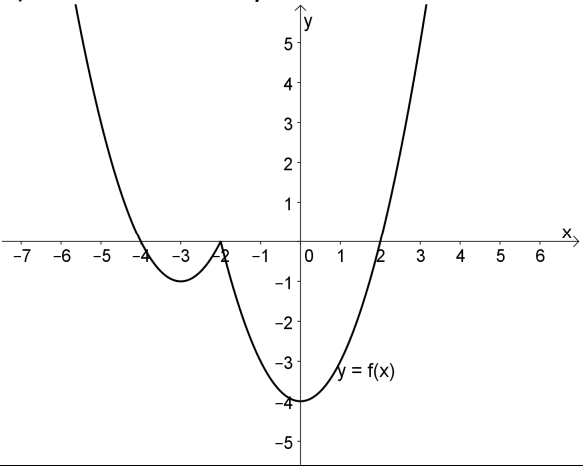
	Wyznaczenie zbioru $A = (-\infty, -1) \cup \langle 0, +\infty)$	1 pkt	5 pkt
4.	<p>Wyznaczenie zbioru B przez rozwiązanie nierówności</p> $\sqrt{(x+1)(x+3)} > 2(x+1) \Leftrightarrow$ $\begin{cases} x \in (-\infty, -3) \cup \langle -1, +\infty) \\ x \in (-1, +\infty) \\ (x+1)(x+3) > 4(x+1)^2 \end{cases} \vee \begin{cases} x \in (-\infty, -3) \cup \langle -1, +\infty) \\ x \in (-\infty, -1) \\ x \in R \end{cases}$ $\Leftrightarrow x \in \left(-\infty, -3\right) \cup \left(-1, -\frac{1}{3}\right)$	3 pkt	
	Wyznaczenie zbioru $A - B = (-3, -1) \cup \langle 0, +\infty)$	1 pkt	

Praca klasowa nr 1, grupa B

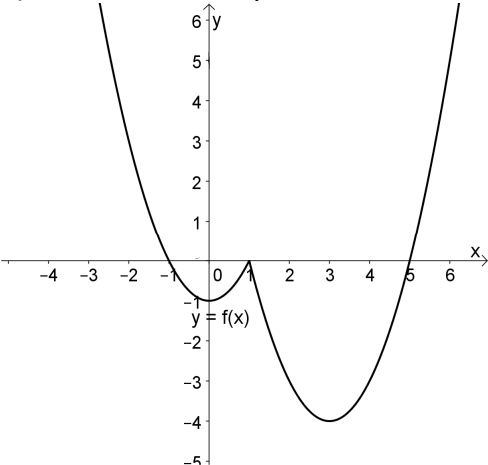
1.	a) ułożenie i rozwiązanie układu $\begin{cases} a^2 + c = 0 \\ 9a - 3b + c = 0 \\ a + b + c = 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = -9 \end{cases}$	3 pkt	5 pkt
	b) ułożenie i rozwiązanie równania $3(x+1)(x-3) = (x-3)^2 \Leftrightarrow x \in \{-3, 3\}$	2 pkt	
2.	a) naszkicowanie wykresu	2 pkt	5 pkt
	b) naszkicowanie wykresu funkcji $y = f(x - 2)$, obliczenie $f(x - 2) = -1$ i zapisanie rozwiązania $x \in (-\infty, -\sqrt{2}) \cup \{2\} \cup (4 + \sqrt{2}, +\infty)$	3 pkt	
3.	Oznaczenie boków trójkąta, np. $a, 6 - a, c$ ($0 < a < 6, c > 0$); ułożenie równania z wykorzystaniem tw. cosinusów: $c^2 = a^2 + (6 - a)^2 + a(6 - a)$ i zapisanie wzoru $c(a) = \sqrt{a^2 - 6a + 36}$ i $a \in (0, 6)$	2 pkt	5 pkt
	Rozpatrywanie funkcji $g(a) = a^2 - 6a + 36, 0 < a < 6$ i obliczenie $a_w = 3, 3 \in (0, 6)$	1 pkt	
	Obliczenie $c = 3\sqrt{3}$ i najmniejszego obwodu równego $3(2 + \sqrt{3})$	2 pkt	

4.	<p>Wyznaczenie zbioru A przez rozwiązanie nierówności</p> $\sqrt{(x-2)(x+3)} \geq 2(x-2) \Leftrightarrow$ $\begin{cases} x \in (-\infty, -3) \cup \langle 2, +\infty) \\ x \in \langle 2, +\infty) \\ (x-2)(x+3) \geq 4(x-2)^2 \end{cases} \vee \begin{cases} x \in (-\infty, -3) \cup \langle 2, +\infty) \\ x \in (-\infty, 2) \\ x \in R \end{cases}$ $\Leftrightarrow x \in (-\infty, -3) \cup \left\langle 2, \frac{11}{3} \right\rangle$	3 pkt	5 pkt
	Wyznaczenie zbioru $B = (-\infty, -2) \cup \langle 2, +\infty)$	1 pkt	
	Wyznaczenie zbioru $B - A = (-3, -2) \cup \left(\frac{11}{3}, +\infty\right)$	1 pkt	

Praca klasowa nr 2, grupa A

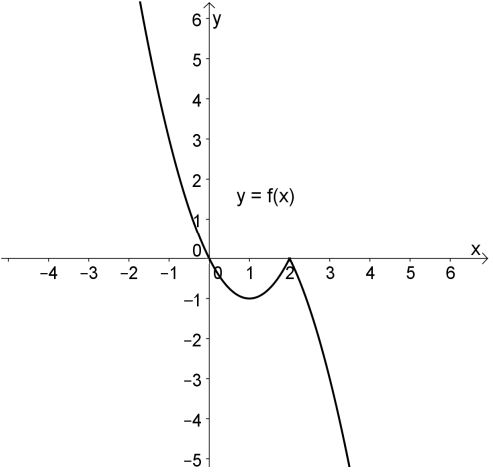
1.	Określenie: $x_w = -1$, $x_2 = 1$, $f(0) = 6$ i zapisanie wzoru funkcji w postaci np. $y = a(x - 1)(x + 3)$	3 pkt	5 pkt
	Wyznaczenie $a = -2$, $b = -4$, $c = 6$	2 pkt	
2.	a) naszkicowanie wykresu 	3 pkt	5 pkt
	b) określenie liczby rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od wartości parametru m : brak rozwiązań, jeśli $m \in (-\infty, -4)$; jedno rozwiązanie, jeśli $m = -4$; dwa rozwiązania, jeśli $m \in (-4, -1) \cup (0, +\infty)$; trzy rozwiązania, jeśli $m \in \{-1, 0\}$; cztery rozwiązania, jeśli $m \in (-1, 0)$	2 pkt	
3.	Oznaczenie boków trójkąta, np. a , $10 - a$, c ($0 < a < 10$, $c > 0$). Ułożenie wzoru funkcji określającej pole trójkąta $P(a) = a(10 - a)$ i $a \in (0, 10)$	1 pkt	5 pkt
	Obliczenie $a_w = 5$, $5 \in (0, 10)$ i długości boków trójkąta $5, 5, 5\sqrt{2}$	2 pkt	
	Wyznaczenie długości promienia koła ($r = \frac{5}{2}\sqrt{2}$) i obliczenie pola koła $P = \frac{25}{2}\pi$	2 pkt	
4.	Podanie prawidłowych przykładów	3 pkt	5 pkt
	Uzasadnienie, np. przez rozwiązanie przykładów	2 pkt	

Praca klasowa nr 2, grupa B

1.	Określenie: $x_w = 1, x_2 = -3, f(0) = -6$ i zapisanie wzoru funkcji w postaci np. $y = a(x + 1)(x - 3)$	3 pkt	5 pkt
	Wyznaczenie $a = 2, b = -4, c = -6$	2 pkt	
2.	<p>a) naszkicowanie wykresu</p> 	3 pkt	5 pkt
	<p>b) określenie liczby rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od wartości parametru m:</p> <p>brak rozwiązań, jeśli $m \in (-\infty, -4)$;</p> <p>jedno rozwiązanie, jeśli $m = -4$;</p> <p>dwa rozwiązania, jeśli $m \in (-4, -1) \cup (0, +\infty)$;</p> <p>trzy rozwiązania, jeśli $m \in \{-1, 0\}$;</p> <p>cztery rozwiązania, jeśli $m \in (-1, 0)$</p>	2 pkt	
3.	Oznaczenie dł. boków prostokąta, np. $a, 20 - a$ ($0 < a < 20$); ułożenie wzoru funkcji określającej pole prostokąta $P(a) = a(20 - a)$ i $a \in (0, 20)$	1 pkt	5 pkt
	Obliczenie $a_w = 10, 10 \in (0, 20)$ i długości przekątnej prostokąta $d = 10\sqrt{2}$	2 pkt	
	Obliczenie długości promienia $r = 5\sqrt{2}$ i pola $P = 50\pi$	2 pkt	
4.	Podanie prawidłowych przykładów	3 pkt	5 pkt
	Uzasadnienie, np. przez rozwiązanie przykładów	2 pkt	

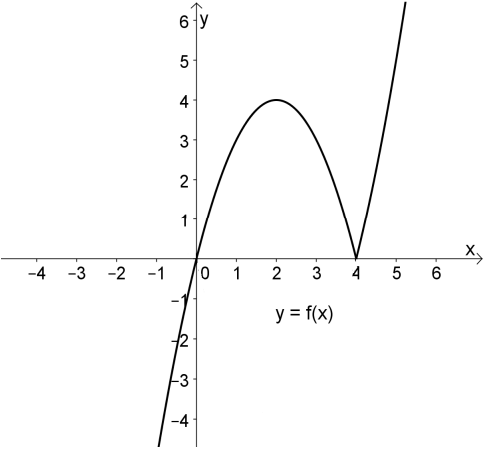
Praca klasowa nr 3, grupa A

1.	Obliczenie $\Delta = 5 - 2\sqrt{6}$ i stwierdzenie $\Delta > 0$, bo $25 > 24$	2 pkt	6 pkt
	Obliczenie $x_1 + x_2 = -\frac{\sqrt{6}}{2} - 1$ i $x_1 \cdot x_2 = \frac{\sqrt{6}}{2}$	2 pkt	
	Zapisanie i obliczenie wyrażenia $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2} = \frac{5}{3}$	2 pkt	
2.	Rozwiązanie warunku $\Delta > 0 \Leftrightarrow -(m+1)(m+3) > 0 \Leftrightarrow m \in (-3, -1)$	2 pkt	6 pkt
	$x_1x_2 > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty, -2) \cup (-1, +\infty)$	1 pkt	
	$x_1 + x_2 < 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty, -1)$	1 pkt	
	Rozwiązanie układu $\begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-3, -2)$	2 pkt	
3.	Rozważenie przypadku liniowego dla nierówności $mx^2 + 2(m-2)x + m - 1 \geq 0$ (gdy $m = 0$, rozwiązaniem nierówności jest przedział $m \in (-\infty, -\frac{1}{4})$, więc $m = 0$ nie spełnia warunków zadania)	2 pkt	6 pkt
	Rozważenie przypadku kwadratowego dla nierówności $mx^2 + 2(m-2)x + m - 1 \geq 0$ i zapisanie warunku $\begin{cases} m > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$	1 pkt	
	Obliczenie $\Delta = -12m + 16$ i rozwiązanie $\Delta \leq 0 \Leftrightarrow m \in \left\langle \frac{4}{3}, +\infty \right\rangle$	2 pkt	
	Podanie odpowiedzi $m \in \left\langle \frac{4}{3}, +\infty \right\rangle$	1 pkt	

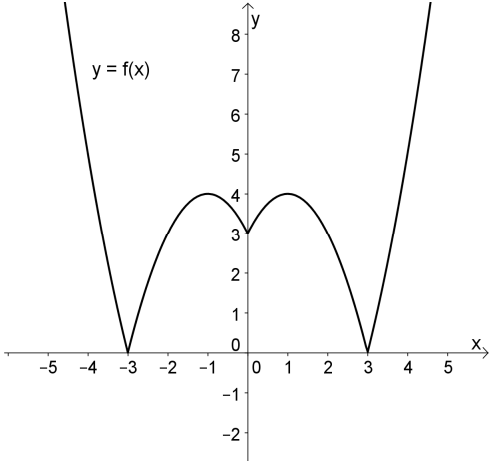
4.	<p>Zapisanie wzoru funkcji w postaci</p> $f(x) = \begin{cases} x(x-2), & \text{jesli } x \in (-\infty, 2) \\ -x(x-2), & \text{jesli } x \in \langle 2, +\infty \end{cases}$ <p>oraz naszkicowanie wykresu</p> 	2 pkt	6 pkt	
	<p>a) funkcja jest malejąca w przedziałach: $(-\infty, 1), \langle 2, +\infty$; funkcja jest rosnąca w przedziale: $\langle 1, 2$</p>	1 pkt		
	<p>b) $m \in (-1, 0)$</p>	1 pkt		
	<p>c) $f(x) > -1 \Leftrightarrow m \in (-\infty, 1) \cup (1, 1 + \sqrt{2})$</p>	2 pkt		
5.	<p>a) zapisanie alternatywy $(x + 2)(x + 3) = (x + 2)$ lub $(x + 2)(x + 3) = -(x + 2)$ i rozwiązanie tych równań, podanie odpowiedzi $x \in \{-4, -2\}$</p>	3 pkt	6 pkt	
	<p>b) rozwiązanie dwóch układów równań i zapisanie odpowiedzi $\begin{cases} x \in (-\infty, -3) \cup (3, +\infty) \\ (x-9)(x+1) \leq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x \in \langle -3, 3 \rangle \\ (x+9)(x-1) \geq 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow x \in \langle 3, 9 \rangle \vee x \in \langle 1, 3 \rangle \Leftrightarrow x \in \langle 1, 9 \rangle$</p>	3 pkt		

Praca klasowa nr 3, grupa B

1.	Obliczenie $\Delta = 11 - 2\sqrt{30}$ i stwierdzenie $\Delta > 0$, bo $121 > 120$	2 pkt	6 pkt
	Obliczenie $x_1 + x_2 = -\frac{\sqrt{30}}{5} - 1$ i $x_1 \cdot x_2 = \frac{\sqrt{30}}{5}$	2 pkt	
	Zapisanie i obliczenie wyrażenia $\left(\frac{1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{x_2}\right)^2 = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2} = \frac{11}{6}$	2 pkt	
2.	Rozwiązanie warunku $\Delta > 0 \Leftrightarrow 3(m+1)(m-1) > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$	2 pkt	6 pkt
	$x_1x_2 > 0 \Leftrightarrow m \in (-1, 2)$	1 pkt	
	$x_1 + x_2 > 0 \Leftrightarrow m \in (-1, +\infty)$	1 pkt	
	Rozwiązanie układu $\begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (1, 2)$	2 pkt	
3.	Rozważenie przypadku liniowego dla nierówności $(m-1)x^2 + 2(m-1)x + m+2 > 0$ (jeśli $m = 1$, rozwiązaniem nierówności jest zbiór \mathbf{R} , więc $m = 1$ spełnia warunki zadania)	2 pkt	6 pkt
	Rozważenie przypadku kwadratowego dla nierówności $(m-1)x^2 + 2(m-1)x + m+2 > 0$ i zapisanie warunku $\begin{cases} m-1 > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$	1 pkt	
	Obliczenie $\Delta = -12m + 12$ i rozwiązanie $\Delta < 0 \Leftrightarrow m \in (1, +\infty)$	2 pkt	
	Podanie odpowiedzi $m \in \langle 1, +\infty \rangle$	1 pkt	

4.	<p>Zapisanie wzoru funkcji w postaci</p> $f(x) = \begin{cases} -x(x-4), & \text{jesli } x \in (-\infty, 4) \\ x(x-4), & \text{jesli } x \in \langle 4, +\infty \end{cases} \text{ oraz}$ <p>naszkicowanie wykresu</p> 	2 pkt	6 pkt	
	a) funkcja jest rosnąca w przedziałach: $(-\infty, 2), \langle 4, +\infty)$; funkcja jest malejąca w przedziale: $\langle 2, 4 \rangle$	1 pkt		
	b) $m \in \{0, 4\}$	1 pkt		
	c) $f(x) < 4 \Leftrightarrow m \in (-\infty, 2) \cup (2, 2 + 2\sqrt{2})$	2 pkt		
5.	<p>a) zapisanie alternatywy $(x + 1)(x + 2) = (x + 1)$ lub $(x + 1)(x + 2) = -(x + 1)$ i rozwiązanie tych równań, podanie odpowiedzi $x \in \{-3, -1\}$</p> <p>b) rozwiązanie dwóch układów równań i zapisanie odpowiedzi $\begin{cases} x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty) \\ (x - 4)(x + 1) \geq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x \in \langle -2, 2 \rangle \\ (x + 4)(x - 1) \leq 0 \end{cases}$</p> <p>$\Leftrightarrow x \in (-\infty, -2) \cup \langle 4, +\infty \rangle \vee x \in \langle -2, 1 \rangle$</p> <p>$\Leftrightarrow x \in (-\infty, 1) \cup \langle 4, +\infty \rangle$</p>	3 pkt	6 pkt	
		3 pkt		

Praca klasowa nr 4, grupa A

1.	<p>Naszkirowanie wykresu funkcji $y = f(x)$</p> 	2 pkt	6 pkt	
	<p>0 rozwiązań, jeśli $m < 1 \Leftrightarrow m \in (-1, 1)$ 2 rozwiązania, jeśli $m - 1 = 0$ lub $m - 1 > 4$ $\Leftrightarrow m \in (-\infty, -5) \cup \{-1, 1\} \cup (5, \infty)$ 4 rozwiązania, jeśli $m - 1 \in (0, 3)$ lub $m - 1 = 4$ $\Leftrightarrow m \in (-4, -1) \cup (1, 4) \cup \{-5, 5\}$ 5 rozwiązań, jeśli $m - 1 = 3 \Leftrightarrow m \in \{-4, 4\}$ 6 rozwiązań, jeśli $m - 1 \in (3, 4) \Leftrightarrow m \in (-5, -4) \cup (4, 5)$</p>	2 pkt		
	<p>Naszkirowanie wykresu funkcji $y = g(m)$</p>	2 pkt		
2.	<p>Wyznaczenie rozwiązań układu $\begin{cases} x = m - 1 \\ y = 2m + 3 \end{cases}$</p>	2 pkt	6 pkt	
	<p>Zapisanie funkcji $y^2 - 4x = f(m) = 4m^2 + 8m + 13, m \in \mathbf{R}$</p>	2 pkt		
	<p>Wyznaczenie $m_w = -1$</p>	1 pkt		
3.	<p>Wyznaczenie najmniejszej wartości równej $f(-1) = 9$ i podanie odpowiedzi</p>	1 pkt	6 pkt	
	<p>Obliczenie $\Delta = m^2 + 6m + 1$ i rozwiązanie warunku $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty, -3 - 2\sqrt{2}) \cup (-3 + 2\sqrt{2}, +\infty)$</p>	2 pkt		
	<p>Zapisanie $x_1 + x_2 = m + 1$ oraz $x_1 x_2 = -m$</p>	1 pkt		
	<p>Przedstawienie nierówności w postaci $(x_1 + x_2)(8 - x_1 x_2) < 0$</p>	1 pkt		
	<p>Zapisanie i rozwiązanie nierówności $(m + 1)(m + 8) < 0 \Leftrightarrow m \in (-8, -1)$</p>	1 pkt		
	<p>Zapisanie odpowiedzi $m \in (-8, -3 - 2\sqrt{2})$</p>	1 pkt		

4.	Zapisanie warunków zadania $f(-3) \geq 0$ i $f(5) > 0$, gdzie $f(x) = (x - m - 1)(x + 2m)$	3 pkt	6 pkt
	Obliczenie $f(-3) = (-4 - m)(2m - 3)$ i $f(-3) \geq 0$ $\Leftrightarrow m \in \left\langle -4, \frac{3}{2} \right\rangle$	1 pkt	
	Obliczenie $f(5) = (4 - m)(2m + 5)$ i $f(5) > 0$ $\Leftrightarrow m \in \left(-\frac{5}{2}, 4 \right)$	1 pkt	
	Zapisanie odpowiedzi $m \in \left(-\frac{5}{2}, \frac{3}{2} \right)$	1 pkt	
5.	Podstawienie $t = x + 1 $ i zapisanie nierówności $t^2 - 3t + 2 \leq 0$	2 pkt	6 pkt
	Rozwiązanie nierówności $(t - 1)(t - 2) \leq 0 \Leftrightarrow t \leq 2 \wedge t \geq 1$	1 pkt	
	Zapisanie i rozwiązanie nierówności $ x + 1 \leq 2 \wedge x + 1 \geq 1$	2 pkt	
	Zapisanie odpowiedzi $x \in \langle -3, -2 \rangle \cup \langle 0, 1 \rangle$	1 pkt	

Praca klasowa nr 4, grupa B

Zad. 1	Naszkicowanie wykresu funkcji $y = f(x)$		6 pkt
		2 pkt	
	<p>0 rozwiązań, jeśli $m + 2 < 0 \Leftrightarrow m \in \emptyset$ 2 rozwiązania, jeśli $m + 2 = 0$ lub $m + 2 > 9$ $\Leftrightarrow m \in (-\infty, -7) \cup (7, \infty)$ 4 rozwiązania, jeśli $m + 2 \in (0, 8)$ lub $m + 2 = 9$ $\Leftrightarrow m \in (-6, 6) \cup \{-7, 7\}$ 5 rozwiązań, jeśli $m + 2 = 8 \Leftrightarrow m \in \{-6, 6\}$ 6 rozwiązań, jeśli $m + 2 \in (8, 9) \Leftrightarrow m \in (-7, -6) \cup (6, 7)$</p>	2 pkt	
Naszkicowanie wykresu funkcji $y = g(m)$	2 pkt		
Zad. 2	Wyznaczenie rozwiązań układu $\begin{cases} x = -m + 3 \\ y = 4m - 2 \end{cases}$	2 pkt	6 pkt
	Zapisanie funkcji $x^2 - 2y = f(m) = m^2 - 14m + 13, m \in \mathbf{R}$	2 pkt	
	Wyznaczenie $m_w = 7$	1 pkt	
	Wyznaczenie najmniejszej wartości równej $f(7) = -36$ i zapisanie odpowiedzi	1 pkt	
Zad. 3	Obliczenie $\Delta = m^2 - 4m - 8$ i rozwiązanie warunku $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty, 2 - 2\sqrt{3}) \cup (2 + 2\sqrt{3}, +\infty)$	2 pkt	6 pkt
	Zapisanie $x_1 + x_2 = -m$ oraz $x_1 x_2 = m + 2$	1 pkt	
	Przedstawienie nierówności w postaci $(x_1 + x_2)(x_1 x_2 - 10) > 0$	1 pkt	
	Zapisanie i rozwiązanie nierówności $-m(m - 8) > 0 \Leftrightarrow m \in (0, 8)$	1 pkt	
	Zapisanie odpowiedzi $m \in (2 + 2\sqrt{3}, 8)$	1 pkt	

Zad. 4	Zapisanie warunków zadania $f(-2) < 0$ i $f(3) \leq 0$, gdzie $f(x) = (m - x)(x + 2m - 3)$	3 pkt	6 pkt
	Obliczenie $f(-2) = (m + 2)(2m - 5)$ i $f(-2) < 0$ $\Leftrightarrow m \in \left(-2, \frac{5}{2}\right)$	1 pkt	
	Obliczenie $f(3) = 2m(m - 3)$ i $f(3) \leq 0 \Leftrightarrow m \in \langle 0, 3 \rangle$	1 pkt	
	Zapisanie odpowiedzi $m \in \left\langle 0, \frac{5}{2} \right\rangle$	1 pkt	
Zad. 5	Podstawienie $t = x - 5 $ i zapisanie nierówności $t^2 - 5t + 6 \geq 0$	2 pkt	6 pkt
	Rozwiązanie nierówności $(t - 2)(t - 3) \geq 0 \Leftrightarrow t \leq 2 \vee t \geq 3$	1 pkt	
	Zapisanie i rozwiązanie nierówności $ x - 5 \leq 2 \vee x - 5 \geq 3$	2 pkt	
	Zapisanie odpowiedzi $x \in (-\infty, 2) \cup \langle 3, 7 \rangle \cup \langle 8, +\infty \rangle$	1 pkt	