Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania
7.	Wyznaczenie x: $x = \frac{m^2+1}{2m+1}$
	Wyznaczenie y: $y = \frac{2-m}{2m+1}$
	Zapisanie nierówności $\left\lvert\frac{m^2+m-1}{2m+1}\right\rvert \leqslant 1$ jako układu dwóch nierówności: $\frac{m^2+m-1}{2m+1} \leqslant 1$ i $\frac{m^2+m-1}{2m+1} \geqslant -1$
	Rozwiązanie nierówności $\frac{m^2+m-1}{2m+1} \leqslant 1$: $m \in (-\infty; -1) \cup \left(-\frac{1}{2}; 2\right\rangle$
	Rozwiązanie nierówności $\frac{m^2+m-1}{2m+1} \geqslant -1$: $m \in \left\langle -3; -\frac{1}{2}\right) \cup \langle 0; \infty)$
	Podanie odpowiedzi: $m \in \langle -3; -1) \cup \langle 0; 2\rangle$

3. Funkcja kwadratowa

Zestaw A – odpowiedzi

1. **a)** $y = -x^2 - 4x + 5$ **b)** $y = x^2 - 4x - 5$
c) $y = -x^2 + 4x + 5$ **d)** $y = -x^2 - 4x - 5$

2. **a)** $\left[\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right]$ **b)** $\left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right]$ **c)** $[-1, -4]$

3. **a)** $h(x) = -(x-2)^2 + 12$
b) $h(x) = -(x-1)^2 - \frac{1}{2}$
c) $h(x) = -(x+6)^2 - 26$

4. **a)** $y = x^2 - 4x + 7$ **b)** $y = -2x^2 + 1$

5. wartość najmniejsza -8,
wartość największa 1

6. $m = -3{,}6$ lub $m = -2$

7. **a)** $m = -2$ **b)** $m = 2{,}4$ lub $m = 4$

8. **a)** $m \in \langle -2; -1) \cup \langle 2; 3\rangle$
b) $m \in (1; 4) \cup (4; \infty)$

9. 2 rozwiązania

10. $m \in (-10; -1) \cup (6; \infty)$

11. **a)** $m \in (-\infty; 1) \cup (1; 2)$ **b)** $m \in \left(-\frac{1}{8}; 0\right)$

12. **a)** $b = 1$, $c = -2$ **b)** $b = -3$, $c = 2$
c) $b = -5$, $c = 6$ lub $b = 5$, $c = 6$
d) $b = -\frac{4}{3}$, $c = \frac{1}{3}$

13. $m \in (-\infty; -4)$

14. **a)** $m \in (-\infty; 1) \cup (1; 2) \cup (6; \infty)$
b) $m \in (2; 4) \cup \left(4; 5\frac{1}{3}\right)$
c) $m = 0$ lub $m = 1$

15. $f(x) = x^2 - 4x - 12$

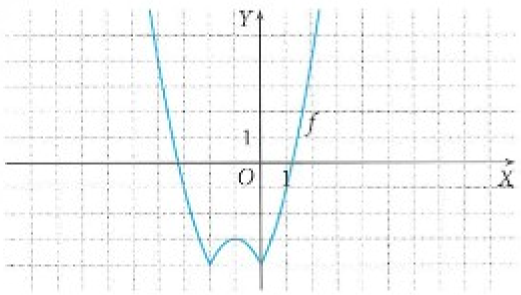
16. **a)** $m \in (-1; 11)$ **b)** $m \in \langle -3; \infty)$
c) $m \in \langle 0; 4\rangle$ **d)** $m \in \left(-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right)$

17. **a)** $x \in \{-2, -1, 1, 2\}$
b) $x \in \left\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right\}$
c) $x \in \{-1, 2\}$ **d)** $x \in \{2, 3\}$
e) $x \in \{2, 4\}$ **f)** $x = 2$

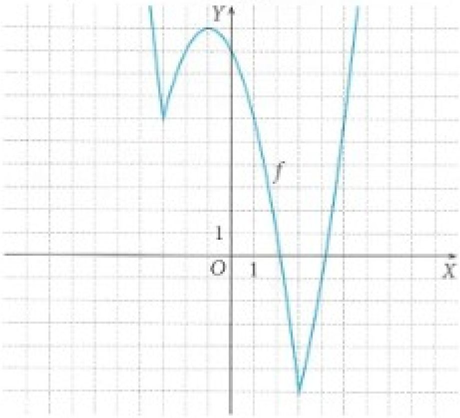
18. **a)** $x \in \left\{-2, -2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 2\right\}$
b) $x \in \{-1, 5\}$
c) $x \in \{-3, 3\}$
d) $x \in \left\{3, \sqrt{3} - 1\right\}$

19. **a)** $x \in (-\infty; -3) \cup (6; \infty)$
b) $x \in (-\infty; -2) \cup (3; \infty)$
c) $x \in (-2; 0)$
d) $x \in (-\infty; -1)$

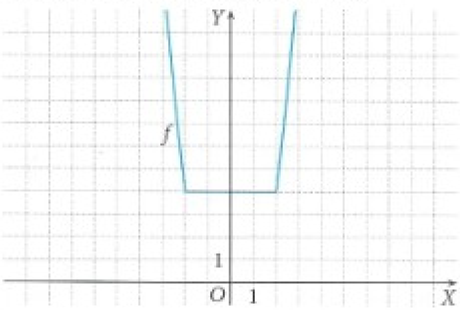
20. **a)** 0 rozwiązań dla $m \in (-\infty; -4)$,
2 rozwiązania dla $m \in \{-4\} \cup (-3; \infty)$,
3 rozwiązania dla $m = -3$,
4 rozwiązania dla $m \in (-4; -3)$



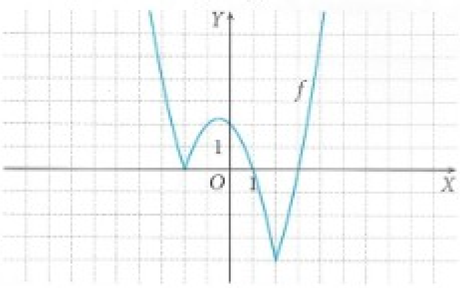
b) 0 rozwiązań dla $m \in (-\infty; -6)$,
1 rozwiązanie dla $m = -6$,
2 rozwiązania dla $m \in (-6; 6) \cup (10; \infty)$,
3 rozwiązania dla $m \in \{6, 10\}$,
4 rozwiązania dla $m \in (6; 10)$



c) 0 rozwiązań dla $m \in (-\infty; 4)$,
2 rozwiązania dla $m \in (4; \infty)$,
nieskończenie wiele rozwiązań dla $m = 4$



d) 0 rozwiązań dla $m \in (-\infty; -4)$,
1 rozwiązanie dla $m = -4$,
2 rozwiązania dla $m \in (-4; 0) \cup \left(2\frac{1}{4}; \infty\right)$,
3 rozwiązania dla $m \in \left\{0, 2\frac{1}{4}\right\}$,
4 rozwiązania dla $m \in \left(0; 2\frac{1}{4}\right)$



Zestaw B – odpowiedzi

1. A **2.** A **3.** C **4.** A **5.** D **6.** D **7.** B **8.** D

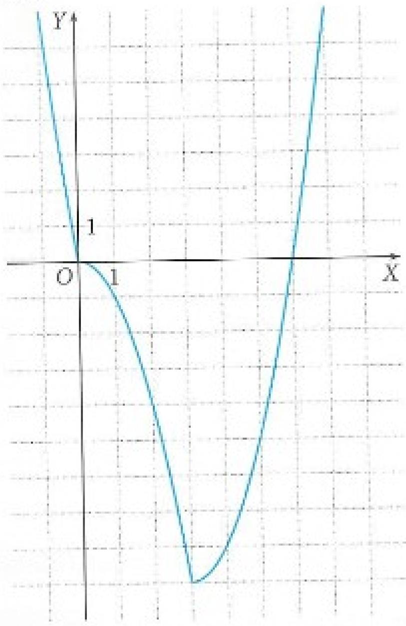
Zestaw C – odpowiedzi

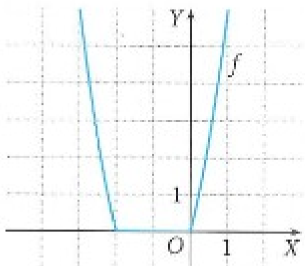
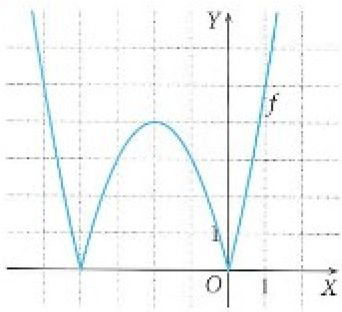
1. 812 ($pq = 2{,}8125$)
2. 267 $\left(x_1 = 2 - \sqrt{3}\right)$
3. 325 ($k = 3{,}25$)
4. 322 $\left(x_2 = \frac{\sqrt{7}-2}{2}\right)$
5. 017 ($p = 17$)
6. 575
7. 316

Zestaw D – odpowiedzi

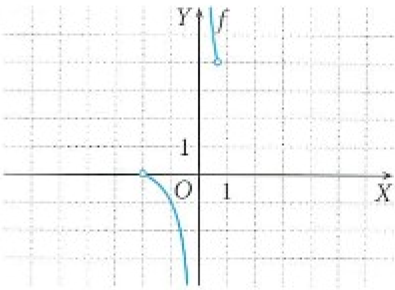
1. $x \in \langle -2\sqrt{2}; 2\sqrt{2} \rangle$
2. $\frac{7}{39}$
3. $x \in (-\infty; 0) \cup (6; \infty)$
4. 0 rozwiązań dla $m \in (-\infty; 0)$,
2 rozwiązania dla $m \in (0; \infty)$,
nieskończenie wiele rozwiązań dla $m = 0$
5. $p = -3$
7. $m \in (-\infty; -3) \cup \langle 1; \infty)$
8. $m \in \langle 2; 6 \rangle$
9. $m \in (4; \infty)$
10. $m = 0$
11. $m = 3$
12. $f(n) = 4n - 1$, $n \in \mathbf{N}_+$
13. $f(n) = \frac{n+2}{n}$, $D = (-2; 0) \cup \left(0; \frac{2}{3}\right)$
14. $m = 2$
15. $m \in \left(-3; -2\sqrt{2}\right) \cup \left(2\sqrt{2}; 3\right)$
16. $m = \frac{12+\sqrt{109}}{5}$
17. $m \in \left\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right\}$,
$x_1 = -\frac{\sqrt{2}}{4}$, $x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
lub $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{4}$, $x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$
18. $m = 1$ lub $m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
19. $m \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{4}; \infty\right)$
20. $m = -3$
21. **a)** $x = -4$, $x = -3$, $x = -1$
b) $p \in (-\infty; -2) \cup \langle 2; \infty)$

Zestaw D – modele rozwiązań zadań otwartych

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania
1.	Zauważenie, że jeśli $x \in (-\infty;0) \cup \langle 1;5)$, to nierówność zachodzi dla $x \in \langle -2\sqrt{2};0) \cup \langle 1;2\sqrt{2}\rangle$
	Zauważenie, że jeśli $x \in \langle 0;1)$, to nierówność zachodzi dla $x \in \langle 0;1)$
	Zauważenie, że jeśli $x \in \langle 5;\infty)$, to nierówność jest sprzeczna
	Podanie odpowiedzi: $x \in \langle -2\sqrt{2};2\sqrt{2}\rangle$
2.	Zapisanie wzoru funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej: $f(x)=a(x+1)(x-3)$, $a \neq 0$
	Obliczenie wartości wyrażenia: $\frac{f(6)}{f(12)}=\frac{a\cdot 7\cdot 3}{a\cdot 13\cdot 9}=\frac{7}{39}$
3.	Zapisanie wzoru funkcji w postaci: $f(x)=\lvert x^2-3x\rvert-3x$
	Zapisanie wzoru funkcji w postaci: $f(x)=\begin{cases} x^2-6x & \text{dla } x \in (-\infty;0) \cup (3;\infty) \\ -x^2 & \text{dla } x \in \langle 0;3\rangle \end{cases}$
	Naszkicowanie wykresu funkcji f 
	Podanie odpowiedzi: $f(x)>0$ dla $x \in (-\infty;0) \cup (6;\infty)$

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania
4.	Wprowadzenie funkcji $f(x) = x^2 + 2x + \lvert x^2 + 2x \rvert$ i zauważenie, że: $$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 4x & \text{dla} \quad x \in (-\infty; -2) \cup \langle 0; \infty) \\ 0 & \text{dla} \quad x \in \langle -2; 0) \end{cases}$$
	Naszkicowanie wykresu funkcji f 
	Podanie odpowiedzi: 0 rozwiązań dla $m \in (-\infty; 0)$, 2 rozwiązania dla $m \in (0; \infty)$, nieskończenie wiele rozwiązań dla $m = 0$
5.	Zapisanie wzoru funkcji: $f(x) = \lvert (x+2)^2 - 4 \rvert$ oraz wyznaczenie wierzchołka i miejsc zerowych paraboli $y = (x+2)^2 - 4$: $W(-2, -4)$, $x_1 = -4$, $x_2 = 0$
	Naszkicowanie wykresu funkcji f 
	Zauważenie, że dla $p = -2$ równanie $f(x) = 4$ ma trzy rozwiązania, zatem równanie $f(x) = 6$ ma trzy rozwiązania, gdy $-2p = 6$
	Wyznaczenie wartości p: $p = -3$
6.	Zapisanie trójmianu kwadratowego: $20x^2 - (24m + 4)x + 18m^2 - 12m + 5$ oraz obliczenie jego wyróżnika: $\Delta = -96(3m - 2)^2$
	Zauważenie, że wyróżnik trójmianu jest niedodatni dla każdego m
	Zapisanie wniosku: Trójmian ten ma dodatni współczynnik przy x^2 oraz niedodatni wyróżnik dla każdego m, zatem dla każdego x wartość tego trójmianu jest nieujemna.

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania
7.	Zauważenie, że jeśli $m^2-1=0$, to funkcja f jest liniowa. Dla $m=-1$ otrzymujemy $f(x)=-4x+2$, więc $m=-1$ nie spełnia warunków zadania. Dla $m=1$ otrzymujemy $f(x)=2$, więc $m=1$ spełnia warunki zadania.
	Rozpatrzenie przypadku, gdy $m^2-1\neq 0$ – wówczas funkcja f jest kwadratowa. Przyjmuje ona wartości dodatnie dla każdej liczby rzeczywistej x, gdy $m^2-1>0$ oraz $\Delta<0$
	Rozwiązanie nierówności $m^2-1>0$: $m\in(-\infty;-1)\cup(1;\infty)$
	Rozwiązanie nierówności $\Delta<0$: $m\in(-\infty;-3)\cup(1;\infty)$
	Podanie odpowiedzi: $m\in(-\infty;-3)\cup\langle 1;\infty)$
8.	Rozpatrzenie przypadku, gdy $m-2=0$ – wówczas otrzymujemy nierówność $1\geqslant 0$, czyli $m=2$ spełnia warunki zadania
	Gdy $m-2\neq 0$, otrzymujemy nierówność kwadratową. Zachodzi ona dla każdej liczby $x\in\mathbb{R}$, gdy: $m-2>0$ oraz $\Delta\leqslant 0$
	Podanie rozwiązania nierówności $\Delta\leqslant 0$: $m\in\langle 2;6\rangle$
	Podanie odpowiedzi: $m\in\langle 2;6\rangle$
9.	Zapisanie warunków: $a<0$, $\Delta<0$
	Zauważenie, że $a<0$ dla $m\in(3;\infty)$
	Zauważenie, że $\Delta<0$ dla $m\in(-\infty;0)\cup(4;\infty)$
	Podanie odpowiedzi: $m\in(4;\infty)$
10.	Zapisanie warunków: $\Delta>0$, $x_1^2+x_2^2=4(x_1+x_2)$
	Zauważenie, że $\Delta>0$ dla $m\in\mathbb{R}\setminus\{-4\}$
	Zapisanie warunku $x_1^2+x_2^2=4(x_1+x_2)$ za pomocą wzorów Viète'a: $\frac{b^2}{a^2}-2\frac{c}{a}=-4\frac{b}{a}$
	Rozwiązanie równania $m^2-8m+16+8m=-4m+16$: $m=-4$ lub $m=0$
	Podanie odpowiedzi: $m=0$
11.	Zapisanie i rozwiązanie nierówności $\Delta>0$: $m\in(2;8)$
	Skorzystanie ze wzorów Viète'a i zapisanie równania: $x_1+x_2=-(m+2)$
	Zapisanie równania: $x_1x_2=\frac{1}{2}m^2-\frac{3}{2}m+5$
	Zapisanie równania: $m+2=\frac{1}{2}m^2-\frac{3}{2}m+5$
	Rozwiązanie równania i podanie odpowiedzi: $m=3$
12.	Wyznaczenie wyróżnika trójmianu kwadratowego: $\Delta=36n^2$
	Obliczenie pierwiastków trójmianu: $x=-2n$ lub $x=4n$
	Podanie wzoru funkcji: $f(n)=4n-1$, $n\in\mathbb{N}_+$

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania
13.	Wykorzystanie wzorów Viète'a: $x_1 + x_2 = \frac{n+2}{n}$
	Zapisanie dziedziny funkcji f oraz jej wzoru: $D = (-2;0) \cup (0;\frac{2}{3})$, $f(n) = \frac{n+2}{n}$
	Naszkicowanie wykresu funkcji f 
14.	Zapisanie warunków: $\Delta > 0$, $x_1^2 + x_2^2 = 1$
	Rozwiązanie nierówności $\Delta > 0$: $m \in \mathbf{R} \setminus \{3\}$
	Zapisanie warunku $x_1^2 + x_2^2 = 4(x_1 + x_2)$ za pomocą wzorów Viète'a: $\frac{b^2}{a^2} - 2\frac{c}{a} = 1$
	Rozwiązanie równania $m^2 - 2m + 1 - 2m + 4 = 1$: $m = 2$
15.	Zapisanie warunków: $\Delta > 0$, $x_1^2 + x_2^2 > 2m^2 - 13$
	Rozwiązanie nierówności $\Delta > 0$: $m \in (-\infty; -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}; \infty)$
	Zapisanie warunku $x_1^2 + x_2^2 > 2m^2 - 13$ za pomocą wzorów Viète'a: $\frac{b^2}{a^2} - 2\frac{c}{a} > 2m^2 - 13$
	Rozwiązanie nierówności $m^2 - 4 > 2m^2 - 13$: $m \in (-3; 3)$
	Podanie odpowiedzi: $m \in (-3; -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}; 3)$
16.	Zapisanie układu warunków: $\begin{cases} m+1 \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4 \end{cases}$ obliczenie $\Delta = 4m(2m-7)$ i wyznaczenie wartości m spełniających pierwsze dwa warunki: $m \neq -1$ oraz $4m(2m-7) > 0$, stąd $m \in D = (-\infty; 0) \cup (\frac{7}{2}; \infty) \setminus \{-1\}$
	Przekształcenie warunku $x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4$ dla $x_1 \neq x_2$ do postaci: $(x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2 - 1) = 0$
	Rozważenie przypadku $x_1 + x_2 = 0$ – skorzystanie ze wzorów Viète'a: $x_1 + x_2 = -2\frac{m-2}{m+1} = 0$ i obliczenie m: $m = 2 \notin D$
	Skorzystanie ze wzorów Viète'a do warunku $x_1^2 + x_2^2 = 1$: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \frac{6m^2 - 22m + 8}{(m+1)^2} = 1$, stąd $5m^2 - 24m + 7 = 0$ i obliczenie m: $\Delta = 4 \cdot 109$, $m_1 = \frac{12 - \sqrt{109}}{5}$, $m_2 = \frac{12 + \sqrt{109}}{5}$
	Sprawdzenie, że $m_1 \notin D$ i $m_2 \in D$ oraz podanie odpowiedzi: $m = \frac{12+\sqrt{109}}{5}$

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania
17.	Zapisanie warunków: $\Delta \geqslant 0$, $x_1 = x_2^3$
	Rozwiązanie nierówności $\Delta \geqslant 0$: $m \in \left(-\infty; -\frac{4}{3}\right\rangle \cup \left\langle \frac{4}{3}; \infty\right)$
	Skorzystanie ze wzorów Viète'a: $x_2 + x_2^3 = \frac{3m^3}{8}$ oraz $x_2 \cdot x_2^3 = \frac{m^4}{16}$ i rozwiązanie drugiego równania: $x_2 = \pm\frac{m}{2}$
	Zauważenie, że równanie $-\frac{m^3}{8} - \frac{m}{2} = \frac{3m^3}{8}$ nie ma rozwiązania w przedziale: $\left(-\infty; -\frac{4}{3}\right\rangle \cup \left\langle \frac{4}{3}; \infty\right)$
	Rozwiązanie równania $\frac{m^3}{8} + \frac{m}{2} = \frac{3m^3}{8}$: $m = -\sqrt{2}$ lub $m = \sqrt{2}$
	Wyznaczenie rozwiązań wyjściowego równania: $x_1 = -\frac{\sqrt{2}}{4}$, $x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ lub $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{4}$, $x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ i podanie odpowiedzi: $m \in \left\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right\}$, $x_1 = -\frac{\sqrt{2}}{4}$, $x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ lub $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{4}$, $x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$
18.	Zapisanie warunków: $m > 0$, $y_w = 1$
	Wyznaczenie Δ: $\Delta = m^3 - 3m + 1$
	Wyznaczenie y_w: $y_w = \frac{-m^3+3m-1}{m}$
	Rozwiązanie równania $\frac{-m^3+3m-1}{m} = 1$: $m = 1$ lub $m = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ lub $m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
	Podanie odpowiedzi: $m = 1$ lub $m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
19.	Zapisanie warunków: $\Delta \geqslant 0$, $x_1x_2 < 0$ lub $(x_1x_2 > 0$ i $x_1 + x_2 > 0)$
	Rozwiązanie nierówności $\Delta \geqslant 0$: $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{4}\right\rangle \cup \langle 0; \infty)$
	Rozwiązanie nierówności $x_1x_2 < 0$: $m \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{4}; \infty\right)$
	Zauważenie, że układ nierówności $x_1x_2 > 0$ i $x_1 + x_2 > 0$ jest sprzeczny
	Podanie odpowiedzi: $m \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{4}; \infty\right)$
20.	Zapisanie warunków: $\Delta > 0$, $x_1x_2 > 0$, $x_1 + x_2 < 0$ i $\lvert x_1 - x_2 \rvert = 4\sqrt{2}$
	Rozwiązanie nierówności $\Delta > 0$: $m \in (-\infty; -2) \cup (1; \infty)$
	Rozwiązanie nierówności $x_1x_2 > 0$: $m \in \left(-1-\sqrt{5}; -1+\sqrt{5}\right)$
	Rozwiązanie nierówności $x_1 + x_2 < 0$: $m \in (-\infty; 0)$
	Zapisanie warunku $\lvert x_1 - x_2 \rvert = 4\sqrt{2}$ w postaci: $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 32$ oraz skorzystanie ze wzorów Viète'a: $\frac{b^2}{a^2} - 4\frac{c}{a} = 32$
	Rozwiązanie równania $8m^2 + 8m - 48 = 0$: $m = -3$ lub $m = 2$ i podanie odpowiedzi: $m = -3$
21. a)	Zauważenie, że liczba -3 jest rozwiązaniem równania: $(x+3)(x^2+5x+4) = 0$
	Rozwiązanie równania kwadratowego $x^2 + 5x + 4 = 0$: $x = -1$, $x = -4$
21. b)	Zauważenie, że trójmian $w(x) = x^2 + (p+4)x + (p+1)^2$ nie ma rozwiązań dla $p \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$
	Zauważenie, że trójmian w ma tylko jeden pierwiastek równy -3, gdy $\Delta = 0$ i $\frac{-b}{2a} = -3$
	Rozwiązanie układu równań: $p = 2$
	Podanie odpowiedzi: $p \in (-\infty; -2) \cup \langle 2; \infty)$