Funkcje homograficzne

Zajmiemy się rysowaniem funkcji homograficznych.

Zajmiemy się rysowaniem funkcji homograficznych.

Przypomnienie:

Definicja

Funkcja homograficzna to funkcja postaci $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, gdzie $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ oraz $c \neq 0$ i $ad - bc \neq = 0$.

Wykresy

Wiemy, że wykresem funkcji homograficznej jest hiperbola. Do narysowania danej funkcji będziemy potrzebowali następujących czterech rzeczy:

Wykresy

Wiemy, że wykresem funkcji homograficznej jest hiperbola. Do narysowania danej funkcji będziemy potrzebowali następujących czterech rzeczy:

- przecięcie z osią OY,

Wykresy

Wiemy, że wykresem funkcji homograficznej jest hiperbola. Do narysowania danej funkcji będziemy potrzebowali następujących czterech rzeczy:

- przecięcie z osią OY, podstawiamy $x = 0$ i obliczamy y,

Wykresy

Wiemy, że wykresem funkcji homograficznej jest hiperbola. Do narysowania danej funkcji będziemy potrzebowali następujących czterech rzeczy:

- przecięcie z osią OY, podstawiamy $x = 0$ i obliczamy y,
- przecięcie z osią OX,

Wykresy

Wiemy, że wykresem funkcji homograficznej jest hiperbola. Do narysowania danej funkcji będziemy potrzebowali następujących czterech rzeczy:

- przecięcie z osią OY, podstawiamy $x = 0$ i obliczamy y,
- przecięcie z osią OX, podstawiamy $y = 0$ i obliczamy x,

Wykresy

Wiemy, że wykresem funkcji homograficznej jest hiperbola. Do narysowania danej funkcji będziemy potrzebowali następujących czterech rzeczy:

- przecięcie z osią OY, podstawiamy $x = 0$ i obliczamy y,
- przecięcie z osią OX, podstawiamy $y = 0$ i obliczamy x,
- pionowa asymtopta,

Wykresy

Wiemy, że wykresem funkcji homograficznej jest hiperbola. Do narysowania danej funkcji będziemy potrzebowali następujących czterech rzeczy:

- przecięcie z osią OY, podstawiamy $x = 0$ i obliczamy y,
- przecięcie z osią OX, podstawiamy $y = 0$ i obliczamy x,
- pionowa asymtopta, wzór $x = -\frac{d}{c}$,

Wykresy

Wiemy, że wykresem funkcji homograficznej jest hiperbola. Do narysowania danej funkcji będziemy potrzebowali następujących czterech rzeczy:

- przecięcie z osią OY, podstawiamy $x = 0$ i obliczamy y,
- przecięcie z osią OX, podstawiamy $y = 0$ i obliczamy x,
- pionowa asymtopta, wzór $x = -\frac{d}{c}$,
- pozioma asymptota,

Wykresy

Wiemy, że wykresem funkcji homograficznej jest hiperbola. Do narysowania danej funkcji będziemy potrzebowali następujących czterech rzeczy:

- przecięcie z osią OY, podstawiamy $x = 0$ i obliczamy y,
- przecięcie z osią OX, podstawiamy $y = 0$ i obliczamy x,
- pionowa asymtopta, wzór $x = -\frac{d}{c}$,
- pozioma asymptota, wzór $y = \frac{a}{c}$.

Wykresy

Wiemy, że wykresem funkcji homograficznej jest hiperbola. Do narysowania danej funkcji będziemy potrzebowali następujących czterech rzeczy:

- przecięcie z osią OY, podstawiamy $x = 0$ i obliczamy y,
- przecięcie z osią OX, podstawiamy $y = 0$ i obliczamy x,
- pionowa asymtopta, wzór $x = -\frac{d}{c}$,
- pozioma asymptota, wzór $y = \frac{a}{c}$.

Musimy jeszcze pamiętać, że funkcja będzie symetryczna wzlgędem punktu przecięcia asymptot.

Asymptoty

Kilka słów wyjaśnienia odnośnie asymptot.

Asymptoty

Kilka słów wyjaśnienia odnośnie asymptot. Pionowa asymptota występuje wtedy, gdy mamy dzielenie niezerowej liczby przez 0, czyli dla danego x licznik jest niezerową liczbą, a mianownik wynosi 0. Nasza funkcja jest wtedy niezdefiniowana, ale bardzo blisko tego x funkcja przyjmuje wartości bardzo duże na plusie lub na minusie (bliskie ∞ lub $-\infty$). Chodzi o to, że dzielimy jakąś liczbę przez coś co jest *prawie* zerem, więc wychodzi nam *prawie* $\pm\infty$.

Asymptoty

Asymptota pozioma to pozioma linia, do które nasza funkcja się zbliża, gdy x jest bardzo duży na plusie lub minusie (a dokładniej - gdy x dąży do $\pm\infty$). W praktyce, gdy mamy do czynienia z funkcją $\frac{ax+b}{cx+d}$, to dla x *bliskich nieskończoności* stałe b i d są względem x tak małe, że w praktyce zostajemy z ułamkiem $\frac{ax}{cx} = \frac{a}{c}$

Asymptoty

Asymptota pozioma to pozioma linia, do które nasza funkcja się zbliża, gdy x jest bardzo duży na plusie lub minusie (a dokładniej - gdy x dąży do $\pm\infty$). W praktyce, gdy mamy do czynienia z funkcją $\frac{ax+b}{cx+d}$, to dla x *bliskich nieskończoności* stałe b i d są względem x tak małe, że w praktyce zostajemy z ułamkiem $\frac{ax}{cx} = \frac{a}{c}$

Te rozważania nie są precyzyjne matematycznie. Lepiej je zrozumiecie przy okazji analizy matematycznej.

Przykład 1

Omówmy konkretny przykład.

Przykład 1

Omówmy konkretny przykład. Chcemy narysować funkcję $f(x) = \dfrac{2x-4}{x+1}$.

Przykład 1

Omówmy konkretny przykład. Chcemy narysować funkcję $f(x) = \dfrac{2x-4}{x+1}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

Przykład 1

Omówmy konkretny przykład. Chcemy narysować funkcję $f(x) = \frac{2x-4}{x+1}$. Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY,

Przykład 1

Omówmy konkretny przykład. Chcemy narysować funkcję $f(x) = \frac{2x-4}{x+1}$. Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -4$,

Przykład 1

Omówmy konkretny przykład. Chcemy narysować funkcję $f(x) = \frac{2x-4}{x+1}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -4$,
- przecięcie z osią OX,

Przykład 1

Omówmy konkretny przykład. Chcemy narysować funkcję $f(x) = \frac{2x-4}{x+1}$.

Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -4$,
- przecięcie z osią OX, $x = 2$,

Przykład 1

Omówmy konkretny przykład. Chcemy narysować funkcję $f(x) = \frac{2x-4}{x+1}$. Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -4$,
- przecięcie z osią OX, $x = 2$,
- pionowa asymtopta,

Przykład 1

Omówmy konkretny przykład. Chcemy narysować funkcję $f(x) = \frac{2x-4}{x+1}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -4$,
- przecięcie z osią OX, $x = 2$,
- pionowa asymtopta, wzór $x = -1$,

Przykład 1

Omówmy konkretny przykład. Chcemy narysować funkcję $f(x) = \dfrac{2x - 4}{x + 1}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -4$,
- przecięcie z osią OX, $x = 2$,
- pionowa asymtopta, wzór $x = -1$,
- pozioma asymptota,

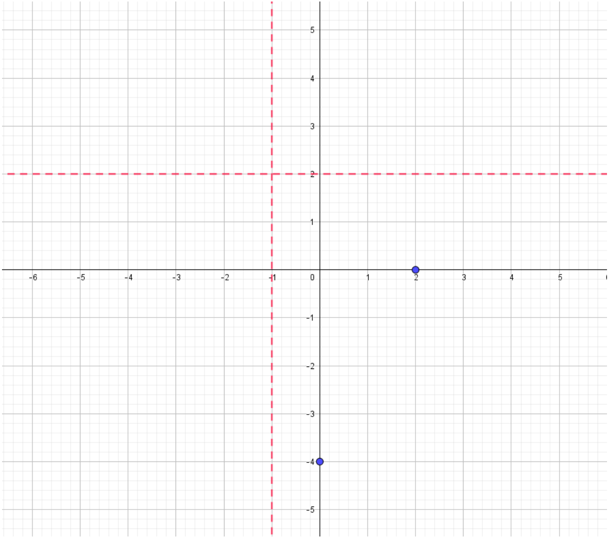
Przykład 1

Omówmy konkretny przykład. Chcemy narysować funkcję $f(x) = \dfrac{2x-4}{x+1}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -4$,
- przecięcie z osią OX, $x = 2$,
- pionowa asymtopta, wzór $x = -1$,
- pozioma asymptota, wzór $y = 2$.

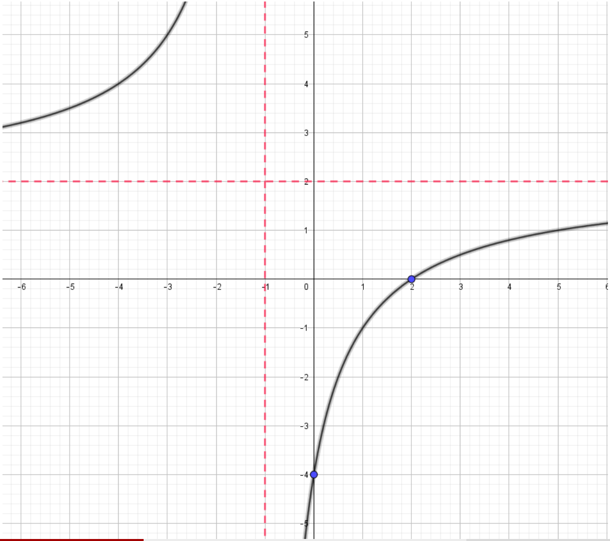
Przykład 1

Zaznaczamy te cechy na wykresie:



Przykład 1

Rysujemy hiperbolę:



Przykład 2

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{x-3}{3x+6}$.

Przykład 2

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{x-3}{3x+6}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

Przykład 2

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{x-3}{3x+6}$.

Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY,

Przykład 2

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{x-3}{3x+6}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -\frac{1}{2}$,

Przykład 2

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{x-3}{3x+6}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -\frac{1}{2}$,
- przecięcie z osią OX,

Przykład 2

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{x-3}{3x+6}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -\frac{1}{2}$,
- przecięcie z osią OX, $x = 3$,

Przykład 2

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{x-3}{3x+6}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -\frac{1}{2}$,
- przecięcie z osią OX, $x = 3$,
- pionowa asymtopta,

Przykład 2

Narysujmy funkcję $f(x) = \frac{x-3}{3x+6}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -\frac{1}{2}$,
- przecięcie z osią OX, $x = 3$,
- pionowa asymtopta, wzór $x = -2$,

Przykład 2

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{x-3}{3x+6}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -\frac{1}{2}$,
- przecięcie z osią OX, $x = 3$,
- pionowa asymtopta, wzór $x = -2$,
- pozioma asymptota,

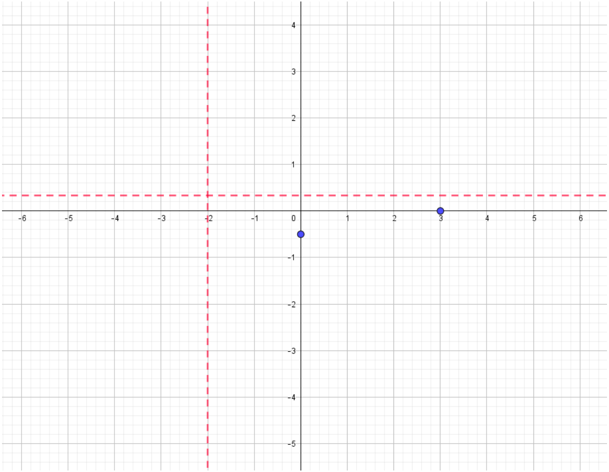
Przykład 2

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{x-3}{3x+6}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -\frac{1}{2}$,
- przecięcie z osią OX, $x = 3$,
- pionowa asymtopta, wzór $x = -2$,
- pozioma asymptota, wzór $y = \frac{1}{3}$.

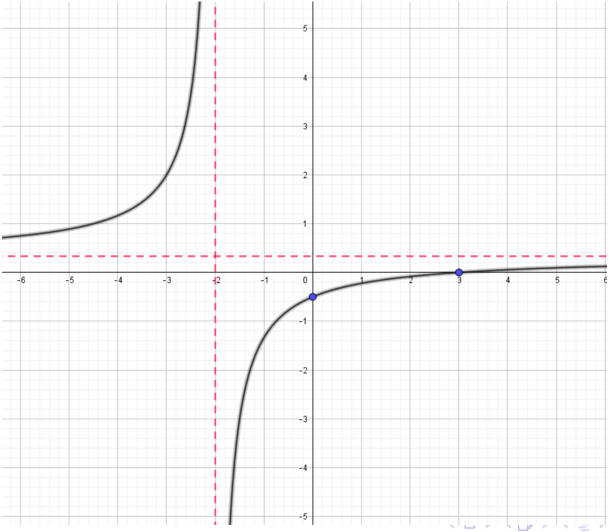
Przykład 2

Zaznaczamy te cechy na wykresie:



Przykład 2

Rysujemy hiperbolę:



Przykład 3

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{2-x}{x+3}$.

Przykład 3

Narysujmy funkcję $f(x) = \frac{2-x}{x+3}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

Przykład 3

Narysujmy funkcję $f(x) = \frac{2-x}{x+3}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY,

Przykład 3

Narysujmy funkcję $f(x) = \frac{2-x}{x+3}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = \frac{2}{3}$,

Przykład 3

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{2-x}{x+3}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = \frac{2}{3}$,
- przecięcie z osią OX,

Przykład 3

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{2-x}{x+3}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = \frac{2}{3}$,
- przecięcie z osią OX, $x = 2$,

Przykład 3

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{2-x}{x+3}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = \frac{2}{3}$,
- przecięcie z osią OX, $x = 2$,
- pionowa asymtopta,

Przykład 3

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{2-x}{x+3}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = \frac{2}{3}$,
- przecięcie z osią OX, $x = 2$,
- pionowa asymtopta, wzór $x = -3$,

Przykład 3

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{2-x}{x+3}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = \frac{2}{3}$,
- przecięcie z osią OX, $x = 2$,
- pionowa asymtopta, wzór $x = -3$,
- pozioma asymptota,

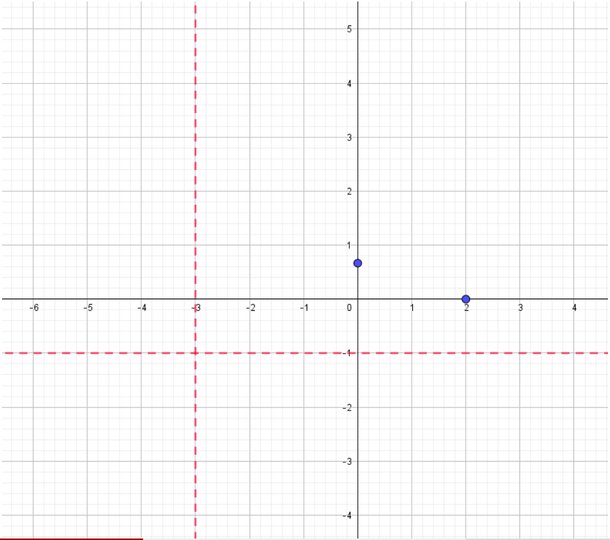
Przykład 3

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{2-x}{x+3}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = \frac{2}{3}$,
- przecięcie z osią OX, $x = 2$,
- pionowa asymtopta, wzór $x = -3$,
- pozioma asymptota, wzór $y = -1$.

Przykład 3

Zaznaczamy te cechy na wykresie:



Przykład 4

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{2}{x-1}$.

Przykład 4

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{2}{x-1}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

Przykład 4

Narysujmy funkcję $f(x) = \frac{2}{x-1}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY,

Przykład 4

Narysujmy funkcję $f(x) = \frac{2}{x-1}$.

Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -1$,

Przykład 4

Narysujmy funkcję $f(x) = \frac{2}{x-1}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -1$,
- przecięcie z osią OX,

Przykład 4

Narysujmy funkcję $f(x) = \frac{2}{x-1}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -1$,
- przecięcie z osią OX, nie ma,

Przykład 4

Narysujmy funkcję $f(x) = \frac{2}{x-1}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -1$,
- przecięcie z osią OX, nie ma,
- pionowa asymtopta,

Przykład 4

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{2}{x-1}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -1$,
- przecięcie z osią OX, nie ma,
- pionowa asymtopta, wzór $x = 1$,

Przykład 4

Narysujmy funkcję $f(x) = \frac{2}{x-1}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -1$,
- przecięcie z osią OX, nie ma,
- pionowa asymtopta, wzór $x = 1$,
- pozioma asymptota,

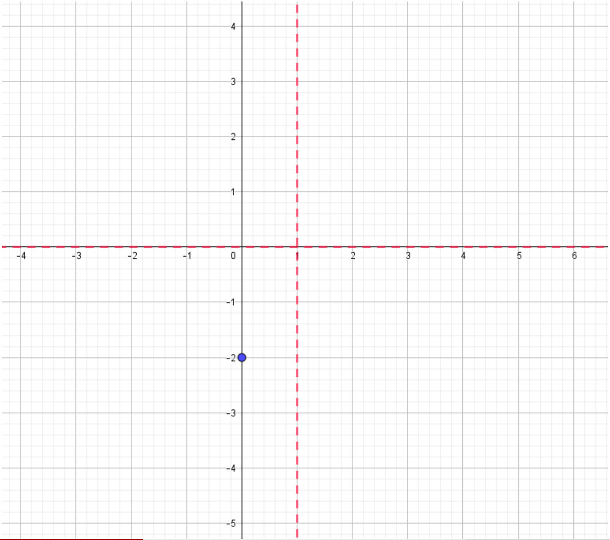
Przykład 4

Narysujmy funkcję $f(x) = \dfrac{2}{x-1}$.
Określamy ważne cechy wykresu:

- przecięcie z osią OY, $y = -1$,
- przecięcie z osią OX, nie ma,
- pionowa asymtopta, wzór $x = 1$,
- pozioma asymptota, wzór $y = 0$.

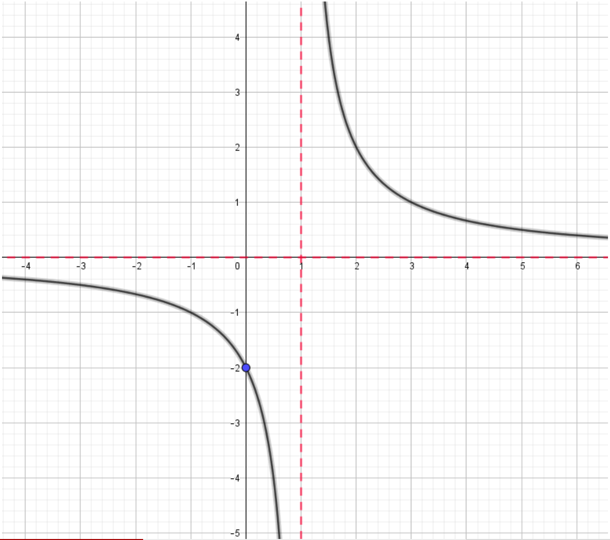
Przykład 4

Zaznaczamy te cechy na wykresie:



Przykład 4

Rysujemy hiperbolę:



W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.