Zadania zamknięte

10.1. Grupa 15 osób, w tym 8 chłopców i 7 dziewcząt, wybrała się w góry. Na ile sposobów mogą szlakiem wędrować gęsiego tak, aby szli na zmianę chłopak, dziewczyna, chłopak, dziewczyna itd.?

A. na $8!+7!$ sposobów
B. na $8!\cdot 7!$ sposobów
C. na $\frac{15!}{8!\cdot 7!}$ sposobów
D. na $2\cdot 8!\cdot 7!$ sposobów

10.2. Na ile sposobów ośmioro dzieci, wśród nich Ola i Adaś, może zająć miejsca na ośmioosobowej karuzeli tak, żeby Ola i Adaś mieli sąsiednie miejsca, jeśli krzesełka są rozróżnialne (każde krzesełko ma kształt innego zwierzątka)?

A. na $7!\cdot 2$ sposobów
B. na $6!\cdot 2$ sposobów
C. na $6!\cdot 16$ sposobów
D. na $6!\cdot 8$ sposobów

10.3. Pewien przedsiębiorca chce produkować chorągiewki złożone z trzech poziomych pasów równej szerokości, każdy w innym kolorze. Ma do dyspozycji 8 kolorów. Ile różnych chorągiewek może produkować?

A. $\binom{8}{3}$
B. $\frac{8!}{3!}$
C. $8!\cdot 3!$
D. $\frac{8!}{5!}$

10.4. Na płaszczyźnie mamy 11 punktów, z których dowolne trzy nie są współliniowe. Ile różnych prostych można poprowadzić przez te punkty?

A. 22
B. 44
C. 55
D. 110

10.5. Ile różnych napisów, mających sens lub nie, można otrzymać, przestawiając litery wyrazu PRABABKA?

A. 3360
B. 1120
C. 1680
D. 6720

10.6. W woreczku do gry w scrabble mamy 9 klocków z literami A, B, C, D, E, F, G, H, I. Na ile sposobów możemy wybrać jednocześnie dwa klocki tak, aby na co najmniej jednym z nich była samogłoska?

A. $\binom{3}{1}\binom{9}{1}$
B. $\binom{9}{2}-\binom{3}{0}$
C. $\binom{9}{2}-\binom{6}{2}$
D. $\binom{3}{1}\cdot\binom{6}{1}+2\cdot\binom{3}{2}$

10.7. Dziecko ma cztery klocki: na dwóch jest litera A, na pozostałych dwóch jest litera M. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że układając losowo klocki jeden za drugim, dziecko otrzyma napis MAMA?

A. $\frac{1}{12}$
B. $\frac{1}{6}$
C. $\frac{1}{4}$
D. $\frac{1}{2}$

10.8. Doświadczenie losowe polega na 2015-krotnym rzucie symetryczną monetą. Niech p oznacza prawdopodobieństwo zdarzenia, że liczba uzyskanych orłów jest większa od liczby uzyskanych reszek. Zatem:

A. $p=\frac{1}{2}$
B. $p=\frac{1}{3}$
C. $p=\frac{1}{4}$
D. $p=\frac{1}{2015}$

10.9. Do dwóch pustych piórników wrzucamy losowo 6 długopisów. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że w każdym piórniku będą trzy długopisy, jest równe:

A. $\frac{1}{2}$
B. $\frac{5}{16}$
C. $\frac{1}{4}$
D. $\frac{3}{8}$

10.10. W pierwszej loterii jest 20 losów, w tym 5 losów wygrywających. W drugiej loterii jest 20 losów, w tym 10 losów wygrywających. W pierwszej loterii kupujemy jeden los, a w drugiej – dwa losy. Niech p_1 oznacza prawdopodobieństwo, że kupiony los w pierwszej loterii jest wygrywający, p_2 – prawdopodobieństwo, że obydwa kupione losy w drugiej loterii są wygrywające. Wówczas:

A. $\frac{p_1}{p_2}<1$ B. $p_1+p_2=\frac{1}{2}$ C. $p_1=p_2$ D. $p_1>p_2$

10.11. Ze zbioru $\{1,2,3,...,300\}$ losujemy liczbę k i rozpatrujemy zdarzenie A_i – „reszta z dzielenia liczby k^2 przez 3 jest równa i”, gdzie $i\in\{0,1,2\}$. A zatem:

A. $P(A_0)=P(A_1)=P(A_2)$ B. $2\cdot P(A_0)=P(A_1)$

C. $2\cdot P(A_1)=P(A_0)$ D. $2\cdot P(A_2)=P(A_0)$

10.12. Mamy dwa czworościany foremne, których ściany pomalowane zostały albo na biało albo na czarno. Rzucamy te czworościany i patrzymy na kolor ścianki, na które upadły. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że oba czworościany upadną na ścianki pomalowane na biało jest równe $\frac{1}{8}$. Z tego wynika, że łączna liczba ścian pomalowanych na biało – w obu czworościanach – jest równa:

A. 2 B. 3. C. 4 D. 5

10.13. Doświadczenie polega na wylosowaniu jednej liczby ze zbioru $X=\{0,1,2,3,...,8,9\}$. Niech A oznacza zdarzenie: „wylosowana liczba jest parzysta”; B – zdarzenie: „wylosowana liczba jest mniejsza od 4”. Wówczas:

A. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ B. $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

C. $P(A-B)=P(A)-P(B)$ D. $P(A\cup B)>0{,}8$

10.14. W biegu finałowym na 100 m biegnie 8 zawodników. Prawdopodobieństwo, że pierwszy do mety dobiegnie zawodnik A, jest równe $\frac{1}{4}$, natomiast prawdopodobieństwo, że pierwszy na mecie będzie zawodnik B, jest równa $\frac{3}{8}$. Prawdopodobieństwo, że zwycięży zawodnik A lub zawodnik B jest równe:

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{7}{8}$

10.15. W rzucie niesymetryczną kostką sześcienną do gry prawdopodobieństwo otrzymania liczby oczek nie większej niż 5 jest równe $\frac{2}{3}$, a prawdopodobieństwo otrzymania co najmniej 5 oczek wynosi $\frac{3}{4}$. Prawdopodobieństwo, że na kostce wypadnie 5 oczek, jest równe:

A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{2}{12}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{6}{12}$

10.16. Wykonujemy jeden rzut symetryczną sześcienną kostką do gry. Niech A oznacza zdarzenie: „wypadła parzysta liczba oczek”, B – „wypadła liczba oczek mniejsza od 3”. Wskaż zdanie prawdziwe:

A. zdarzenia A i B są rozłączne

B. suma zdarzeń A i B daje całą przestrzeń zdarzeń elementarnych

C. zdarzenia A i B są niezależne

D. zdarzenia A i B są przeciwne

10.17. Wiadomo, że $P(A)=0{,}6$ i $P(B)=0{,}8$ oraz $A, B \subset \Omega$. Z tego wynika, że:

A. $P(A\cup B)=1$ B. $P(B-A)=0{,}3$ C. $P(A-B)>0{,}2$ D. $P(A\cap B)\geq 0{,}4$

10.18. Prawdopodobieństwo trafienia do celu w pojedynczym strzale przez każdego zawodnika jest równe $\frac{1}{2}$. Dwóch zawodników oddało niezależnie po jednym strzale do tego samego celu. Prawdopodobieństwo, że cel został trafiony co najmniej raz, jest równe:

A. 1 B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

10.19. Ze zbioru liczb naturalnych $\{0, 1, 2, ..., 13, 14, 15\}$ wylosowano jedną liczbę i okazało się, że jest ona nieparzysta. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana liczba jest dzielnikiem liczby 12, jest równe:

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{2}{5}$

10.20. Ze zbioru liczb $\{1,2,3,...,20\}$ wylosowano jedną liczbę, która okazała się liczbą pierwszą. Prawdopodobieństwo, że wylosowana liczba jest większa od 7 jest równe:

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{4}{7}$ D. $\frac{7}{13}$

10.21. Doświadczenie losowe polega na wyciągnięciu jednej karty z talii 52 kart. Niech p_1 oznacza prawdopodobieństwo wyciągnięcia asa, pod warunkiem, że wyciągnięta karta jest kierem, natomiast p_2 – prawdopodobieństwo, że wyciągnięta karta jest kierem, pod warunkiem, że jest ona asem. Z tego wynika, że:

A. $p_1 \cdot p_2 = \frac{1}{52}$ B. $p_1 + p_2 = \frac{4}{13}$ C. $p_1 = p_2$ D. $p_1 > p_2$

Zadania otwarte krótkiej odpowiedzi

10.22. Na ile sposobów możemy ustawić w jednym rzędzie 7 osób tak, żeby wybrane trzy osoby tworzyły trójkę osób stojących obok siebie? Wynik zakoduj, wpisując kolejno cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanej liczby.

10.23. Oblicz, ile jest trzycyfrowych liczb o różnych cyfrach i jednocześnie większych od 357. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

10.24. Ile jest różnych liczb siedmiocyfrowych, w których zapisie cyfra 0 występuje jeden raz, a cyfra 8 – trzy razy? Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności liczby stukrotnie mniejszej od otrzymanego wyniku.

10.25. Ile jest różnych liczb czterocyfrowych nieparzystych o różnych cyfrach, w których zapisie występuje co najmniej jedna cyfra parzysta? Wynik zakoduj, zapisując kolejno cyfrę tysięcy, setek i dziesiątek otrzymanej liczby.

10.26. Z talii 52 kart losujemy 2 karty. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A – „co najmniej jedna z wylosowanych kart jest pikiem lub asem". Zakoduj kolejne trzy cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

10.27. Oblicz, ile jest wszystkich liczb ośmiocyfrowych, w których zapisie nie występuje zero i dokładnie na czterech miejscach stoją cyfry nieparzyste.

10.28. W sali ustawiono 14 ponumerowanych krzeseł, w dwóch rzędach po 7 krzeseł w każdym rzędzie w taki sposób, że krzesła w parach stoją naprzeciwko siebie. Do sali weszło sześć osób. Na ile sposobów te osoby mogą zająć miejsca na krzesłach tak, aby w pierwszym rzędzie siedziały trzy osoby, a pozostałe trzy osoby siedziały w drugim rzędzie, naprzeciwko tych osób z pierwszego rzędu?

10.29. Ile jest różnych numerów telefonów komórkowych (9-cyfrowych), w których pierwszą cyfrą jest 5 lub 6, ostatnia cyfra jest nieparzysta i jednocześnie cyfra 8 występuje cztery razy, a pozostałe cyfry są mniejsze od 4?

10.30. Wiedząc, że $A, B \subset \Omega$ i $P(B)=0{,}5$ oraz $P(A \cup B)=0{,}6$, oblicz $P(A \cap B')$.

■ **10.31.** Wiadomo, że $A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$ oraz $P(A)=\frac{2}{3}$, $P(B)=\frac{3}{4}$. Wykaż, że jeśli $P(A' \cup B')=\frac{5}{12}$, to $P(A \cup B)=\frac{5}{6}$.

■ **10.32.** Wiadomo, że $A, A_1, A_2 \subset \Omega$ oraz $A_1 \cap A_2 \subset A$. Wykaż, że $P(A) \geq P(A_1)+P(A_2)-1$.

■ **10.33.** Wykaż, że jeśli $A, B \subset \Omega$ i $P(B)>0$, to $P(A|B) \geq 1-\frac{P(A')}{P(B)}$.

■ **10.34.** Wiadomo, że $A, B \subset \Omega$, $P(A)=P(B)$ oraz $P(A|B)=0{,}5$. Wykaż, że jeśli zdarzenie $A \cup B$ jest zdarzeniem pewnym, to $P(A)=\frac{2}{3}$.

10.35. Ze zbioru liczb $\{1,2,3,...,2015\}$ losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana liczba jest podzielna przez 20 lub przez 15.

10.36. Student zna odpowiedzi na 30 spośród 50 pytań. W trakcie egzaminu losuje trzy pytania. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że student będzie znał odpowiedzi na te trzy pytania.

10.37. Do trzech szuflad wrzucamy losowo 8 skarpetek: 2 białe, 2 czarne, 2 niebieskie i 2 zielone. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A – „co najmniej w jednej szufladzie będzie co najmniej jedna para skarpetek w tym samym kolorze".

10.38. Rzucamy dwa razy symetryczną, sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że suma wyrzuconych oczek jest mniejsza od 8, jeśli wiadomo, że jest ona również podzielna przez 3.

10.39. W koszyku mamy 6 jabłek i 4 gruszki. Wybieramy losowo z koszyka 4 owoce. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wśród wybranych owoców są co najwyżej 2 jabłka.

10.40. Tomek trafia piłką do kosza średnio 7 razy na 10 wykonanych rzutów. Na koniec treningu postanowił, że będzie rzucać piłką do kosza do pierwszego trafienia, ale nie wykona więcej niż trzy próby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że Tomek trafił piłką do kosza.

■ **10.41.** Wykaż, że jeśli $n, k \in \mathbf{N}$ i $n>k$, to $\binom{n}{k}=\binom{n-1}{k-1}+\binom{n-1}{k}$.

■ **10.42.** Wykaż, że $\binom{m}{r}\cdot\binom{r}{k}=\binom{m}{k}\cdot\binom{m-k}{r-k}$, gdzie $m, r, k \in \mathbf{N}$ i $m \geq r \geq k$.

10.43. Zestaw czterech liczb x_1, x_2, x_3, x_4 ma średnią arytmetyczną $\bar{x}_1$ i wariancję równą σ_1^2. Zestaw czterech liczb $2x_1$, $2x_2$, $2x_3$, $2x_4$ ma średnią arytmetyczną $\bar{x}_2$ i wariancję równą σ_2^2. Wyznacz związek między $\bar{x}_1$ a $\bar{x}_2$ oraz między σ_1^2 a σ_2^2.

10.44. Zestaw trzech liczb x_1, x_2, x_3 ma średnią arytmetyczną $\overline{x}_1$ i odchylenie standardowe równe σ_1. Zestaw trzech liczb x_1+10, x_2+10, x_3+10 ma średnią arytmetyczną $\overline{x}_2$ i odchylenie standardowe równe σ_2. Wyznacz związek między $\overline{x}_1$ a $\overline{x}_2$ oraz między σ_1 a σ_2.

10.45. Suma czterech liczb x_1, x_2, x_3, x_4 jest równa 16, a ich wariancja jest równa 1,5. Oblicz sumę kwadratów liczb x_1, x_2, x_3, x_4.

■ **10.46.** Wykaż, że wariancję zestawu danych x_1, x_2, ..., x_n można obliczyć korzystając ze wzoru $\sigma^2 = \frac{x_1^2+x_2^2+...+x_n^2}{n} - (\overline{x})^2$, gdzie $\overline{x}$ jest średnią arytmetyczną liczb x_1, x_2, ..., x_n.

Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi

10.47. Ile jest różnych funkcji odwzorowujących zbiór $X=\{1,2,3,4\}$ w zbiór $Y=\{1,2,3,4,5,6,7\}$:
a) dowolnych
b) różnowartościowych
c) rosnących
d) ściśle monotonicznych (rosnących lub stałych, lub malejących)?

10.48. Oblicz, ile dzielników naturalnych ma liczba a, jeśli $a=7\cdot 11\cdot 13\cdot 17\cdot 19$.

10.49. Ile jest wszystkich liczb siedmiocyfrowych, których iloczyn cyfr jest równy 36?

10.50. Tworzymy różne napisy sześcioliterowe z różnych liter 24-literowego alfabetu. Ile wśród nich jest takich napisów, w których litery należą do grupy składającej się z ośmiu liter stojących obok siebie w alfabecie?

10.51. Ile jest liczb ośmiocyfrowych, w których suma cyfr jest równa 6 oraz w zapisie tych liczb występują tylko zera, jedynki i dwójki?

10.52. Z talii 52 kart (4 kolory, po 13 kart w każdym kolorze) losujemy 7 kart. Ile jest takich wyników losowania, wśród których są karty wszystkich czterech kolorów?

10.53. Doświadczenie losowe polega na rzucie trzema symetrycznymi sześciennymi kostkami do gry. Interesuje nas suma wyrzuconych oczek. Liczbę oczek równą 11 można uzyskać na sześć sposobów: $11=1+4+6=1+5+5=2+4+5=4+4+3=2+6+3=3+3+5$. Liczbę oczek równą 12 również można uzyskać na sześć sposobów: $12=6+5+1=2+6+4=2+5+5=3+4+5=4+4+4=3+3+6$. Czy to znaczy, że prawdopodobieństwo uzyskania 11 oczek w rzucie trzema kostkami jest tak samo prawdopodobne jak uzyskania 12 oczek? Odpowiedź uzasadnij.

10.54. Rzucamy 5 razy symetryczną monetą. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że reszka wypadnie co najwyżej 3 razy.

10.55. Cyfry 1, 2, 3, 4, ..., 9 ustawiamy losowo w jednym rzędzie. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że utworzona w ten sposób dziewięciocyfrowa liczba jest podzielna przez 4.

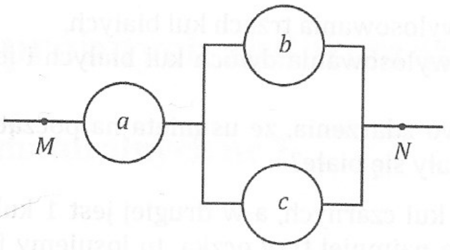
10.56. Rzucamy trzy razy ośmiościenną symetryczną kostką, która na ściankach ma kolejno liczby 1, 2, 3, ..., 8. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A – „suma kwadratów otrzymanych liczb jest podzielna przez 4".

■ **10.57.** Ze zbioru liczb $\{1,2,3,4,...,3n-1,3n\}$, gdzie n jest naturalną liczbą nieparzystą, losujemy jedną liczbę. Wykaż, że prawdopodobieństwo zdarzenia: wylosowana liczba jest parzysta i jednocześnie nie jest podzielna przez 3, jest równe $\frac{1}{3}$.

10.58. Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, ..., n, n+1, ..., 2n, 2n+1\}$, gdzie $n\geq 2$, losujemy kolejno bez zwracania dwie liczby. Prawdopodobieństwo wylosowania za pierwszym razem liczby dwa razy większej niż za drugim razem jest równe $\frac{1}{30}$. Oblicz sumę $1+2+3+...+2n+(2n+1)$.

10.59. W zbiorze X mamy n liczb parzystych i $n+1$ liczb nieparzystych, $n \in N_+$. Ze zbioru X losujemy kolejno trzy razy ze zwracaniem jedną liczbę. Niech p oznacza prawdopodobieństwo zdarzenia, że suma wylosowanych liczb jest parzysta. Wykaż, że $\frac{7}{16} < p < \frac{1}{2}$.

10.60. Połączenie elektryczne między punktami M i N zbudowane jest według schematu przedstawionego poniżej



Elementy a, b, c to czujniki działające niezależnie, a prawdopodobieństwo ich usterek jest odpowiednio równe 0,2, 0,4, 0,3. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że połączenie pomiędzy punktami M i N będzie działało prawidłowo.

10.61. W pudełku znajdują się piłeczki: 2 w kolorze zielonym, 5 w kolorze żółtym, 6 w kolorze czerwonym i 7 w kolorze niebieskim. Zosia wyjmuje losowo 4 piłeczki. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia:

a) A – „wszystkie wylosowane piłeczki są w jednym kolorze"
b) B – „co najmniej jedna z wylosowanych piłeczek jest żółta".

10.62. Na spotkanie przyszło 15 par małżeńskich. Z tej grupy wylosowano 4 kobiety i czterech mężczyzn. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wśród wybranych osób:

a) nie będzie ani jednego małżeństwa
b) będzie tylko jedno małżeństwo
c) będą cztery małżeństwa.

10.63. Sekretarka napisała 4 różne listy do czterech osób i odpowiednio zaadresowała 4 koperty. Niestety, z powodu pośpiechu, włożyła listy do kopert na chybił trafił. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A – „co najmniej jeden list trafił do właściwej koperty".

10.64. Punkty A, B, C, D, E, F są wierzchołkami sześciokąta foremnego. Rozpatrujemy zbiór wszystkich odcinków wyznaczonych przez te punkty. Z tego zbioru losujemy dwa odcinki. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowane odcinki mają taką samą długość?

10.65. Punkty A, B, C, D, E, F, G, H są wierzchołkami sześcianu. Rozpatrujemy zbiór wszystkich odcinków wyznaczonych przez te punkty. Z tego zbioru losujemy trzy odcinki. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że te trzy odcinki mają taką samą długość?

10.66. W pudełku znajdują się 2 losy wygrywające i n losów pustych, $n \in N_+$. Wyznacz największą liczbę n, dla której prawdopodobieństwo zdarzenia A – „losując 2 losy otrzymamy co najmniej 1 los wygrywający", jest nie mniejsze niż $\frac{1}{2}$.

10.67. Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ losujemy kolejno ze zwracaniem dwie liczby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że iloczyn wylosowanych liczb jest podzielny przez 6, jeśli wiadomo, że jest on większy od 15.

10.68. Mamy niesymetryczną, sześcienną kostkę z liczbami oczek 1, 2, 3, 4, 5, 6 na poszczególnych ściankach. Wiadomo, że ścianka z czterema oczkami wypada cztery razy częściej niż ścianka z jednym oczkiem i dwa razy częściej niż ścianka z dwoma oczkami. Ścianki: z jednym oczkiem, z trzema oczkami oraz z pięcioma i sześcioma oczkami – wypadają z jednakowym prawdopodobieństwem. Doświadczenie polega na dwukrotnym rzucie tą kostką. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia:

a) suma otrzymanych oczek jest parzysta
b) suma otrzymanych oczek jest pierwsza, jeżeli wiadomo, że jest nieparzysta.

10.69. Do sklepu spożywczego dostarcza się z dwóch spółdzielni mleczarskich dwa rodzaje jogurtów: jogurty naturalne i jogurty owocowe. Codziennie sklep otrzymuje dostawę: 40% jogurtów ze spółdzielni I i 60% jogurtów ze spółdzielni II. Spółdzielnia I przywozi 4 razy mniej jogurtów naturalnych niż owocowych, a spółdzielnia II – 2 razy więcej jogurtów naturalnych niż owocowych. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wybrany losowo jogurt z dziennej dostawy jest naturalny.

10.70. Z urny zawierającej 6 kul białych i 3 kule czarne usunięto losowo jedną kulę. Następnie z urny wylosowano trzy kule.
a) Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania trzech kul białych.
b) Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul białych i jednej czarnej, jeśli usunięta na początku kula była biała.
c) Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że usunięta na początku kula była czarna, jeśli wiadomo, że trzy wybrane kule okazały się białe?

10.71. W pierwszej urnie jest 5 kul czarnych, a w drugiej jest 1 kula czarna. Rzucamy sześcienną kostką do gry. Jeżeli wypadną co najmniej trzy oczka, to losujemy jedną kulę z pierwszej urny, w przeciwnym wypadku – z drugiej. Jak należy rozłożyć w tych urnach 4 kule białe, aby prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej było największe?

10.72. W wesołym miasteczku zorganizowano loterię fantową. W każdym z trzech koszy jest po 20 losów. W pierwszym koszu jest 10 losów wygrywających, w drugim – 5 losów wygrywających, a w trzecim – 2 losy wygrywające. Uczestnik loterii, zanim wyciągnie losy z kosza, strzela z wiatrówki do tarczy. Jeśli trafi w cel za pierwszym razem – wyciąga 2 losy z pierwszego koszyka, jeśli trafi w cel za drugim razem – wyciąga 2 losy z drugiego koszyka, jeśli nie trafi w cel ani za pierwszym, ani za drugim razem – wyciąga 2 losy z trzeciego koszyka. Prawdopodobieństwo trafienia w cel z wiatrówki w pojedynczym strzale jest równe 0,2.
a) Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że uczestnik loterii wyciągnie 2 losy wygrywające.
b) Uczestnik loterii wyciągnął 2 losy wygrywające. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosował je z drugiego koszyka.

10.73. Wybieramy losowo liczbę naturalną k z przedziału $\langle 1,10 \rangle$, a następnie rzucamy k razy symetryczną monetą. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że otrzymamy same orły.

■ **10.74.** Mamy n ponumerowanych urn. W każdej urnie jest n kul, przy czym w urnie o numerze k jest k kul białych, pozostałe kule są czarne. Wybieramy losowo jedną urnę i z niej losujemy jedną kulę. Wykaż, że dla dowolnej liczby naturalnej n prawdopodobieństwo wyciągnięcia kuli białej jest większe od $\frac{1}{2}$.

10.75. W urnie jest 15 kul, w tym n kul białych. Losujemy trzy razy po jednej kuli, zwracając za każdym razem kulę do urny. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że biała kula będzie wylosowana dokładnie dwa razy. Dla jakiej wartości n prawdopodobieństwo to będzie największe?