



**PRÓBNY
EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI**

**PRZED MATURĄ
MAJ 2019**

POZIOM ROZSZERZONY

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 14 stron (zadania 1–15).
2. Rozwiązania zadań wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

**Czas pracy:
180 minut**

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W każdym z zadań 1 – 4 wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0-1)

Dziedzina funkcji $f(x) = \frac{1}{\log\left(1 - \frac{6x+5}{3+2x}\right)}$ jest

A. $R - \left\{-\frac{3}{2}\right\}$

B. $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$

C. $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{5}{6}\right) \cup \left(-\frac{5}{6}, -\frac{1}{2}\right)$

D. $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

Zadanie 2. (0-1)

Tworzymy liczby sześciocyfrowe biorąc sześć różnych cyfr ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Ile jest wśród tych liczb takich, których ostatnia i pierwsza cyfra jest parzysta? Która z poniższych odpowiedzi jest nieprawidłowa?

A. $6!$

B. $\binom{3}{2} \cdot 2! \cdot \binom{5}{4} \cdot 4!$

C. $3! \cdot 5!$

D. $\binom{7}{6} \cdot 6!$

Zadanie 3. (0-1)

Liczba $\sqrt{|40\sqrt{2} - 57|} - \sqrt{40\sqrt{2} + 57}$ jest równa

A. -8

B. -10

C. $-8\sqrt{2}$

D. $10\sqrt{2}$

Zadanie 4. (0-1)

Ile z podanych niżej równań prostych są równaniami stycznych do wykresu funkcji

$$f(x) = x^3 + x^2 - x$$

1. $y = 1,$

2. $y = -\frac{5}{27},$

3. $y = -x,$

4. $y = 4x - 3?$

A. dokładnie jedna

B. dokładnie dwie

C. dokładnie trzy

D. 4

BRUDNOPIS



W zadaniu 5 zakoduj we wskazanym miejscu wynik zgodnie z poleceniem.

Zadanie 5. (0-2)

Wyznacz sumę wszystkich trzycyfrowych liczb naturalnych, które dzielą się przez 6.
Zakoduj trzy cyfry sumy:

Cyfra		
tysiący	setek	dziesiątek



ZADANIA OTWARTE

Zadanie 6. (0-3)

Uzasadnij, że $(x + y)(x + y + 2\cos \alpha) + 2 \geq 2\sin^2\alpha$ dla dowolnych $x, y, \alpha \in \mathbf{R}$.



Zadanie 7. (0-3)Udowodnij, że w dowolnym trójkącie ABC

$$h_a = 2p \cdot \frac{\sin \frac{\beta}{2} \cdot \sin \frac{\gamma}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}}.$$

Oznaczenia standardowe: α, β, γ miary kątów trójkąta w wierzchołkach odpowiednio A, B, C , $2p$ – obwód trójkąta, h_a – wysokość trójkąta opuszczona z wierzchołka A .



Zadanie 8. (0-4)

Dwaj turyści jednocześnie zaczęli marsz ze stałą prędkością i tą samą trasą. Pierwszy z miejscowości A do miejscowości B , drugi z B do A . Po spotkaniu pierwszy turysta maszerował jeszcze 6 godzin nim dotarł do B . Drugi turysta po spotkaniu maszerował jeszcze 2 godziny i 40 minut nim dotarł do A . Po jakim czasie od rozpoczęcia marszu turyści się spotkali.



Zadanie 9. (0-4)

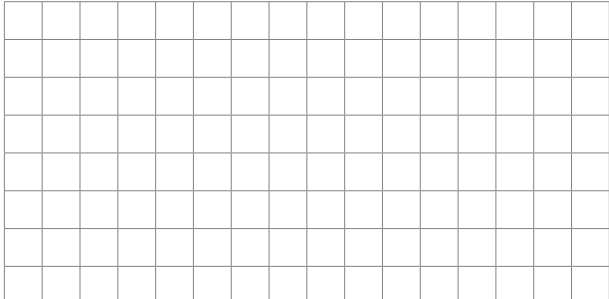
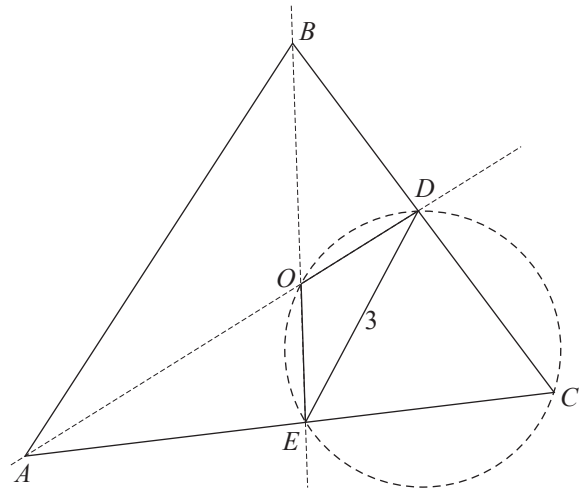
Wyznacz cztery liczby takie, że

1. Pierwsze trzy liczby tworzą ciąg geometryczny.
2. Ostatnie trzy liczby tworzą ciąg arytmetyczny.
3. Suma skrajnych liczb wynosi 21.
4. Suma liczb środkowych wynosi 18.



Zadanie 10. (0-4)

W trójkącie ABC dwusieczne AD i BE przecinają się w punkcie O (patrz rysunek). Na czworokącie $CDOE$ można opisać okrąg. Wiedząc, że $|DE| = 3$ wyznacz długości boków trójkąta DEO i kąty tego trójkąta.



Zadanie 11. (0-4)

Wyznacz wszystkie wartości parametru $\alpha \in \mathbf{R}$, dla których równanie $x^2 - 20x + a = 0$ ma dwa pierwiastki takie, że jeden jest kwadratem drugiego.



Zadanie 12. (0-5)

Dane są dwie urny U_1 i U_2 . W U_1 są dwie kule białe i trzy czarne natomiast w U_2 trzy białe i dwie czarne. Z U_1 losujemy jedną kulę i wrzucamy do U_2 . Następnie z U_2 losujemy też jedną kulę i wrzucamy do U_1 . Teraz losujemy dwie kule z U_1 . Jakie jest prawdopodobieństwo, że będą to kule czarne? Wynik przedstaw w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.



Zadanie 13. (0-5)

Rozwiáz równanie $\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



Zadanie 14. (0-5)

Wyznacz pole powierzchni całkowitej ostrosłupa prawidłowego o podstawie trójkątnej, którego objętość wynosi V a ściana boczna nachylona jest do podstawy pod kątem α .



Zadanie 15 (0-7)

Na prostej o równaniu $y = x + 2$ wyznacz współrzędne punktów C i D takich, że stosunek $\frac{|AC|}{|BC|}$ osiąga wartość najmniejszą oraz stosunek $\frac{|AD|}{|BD|}$ osiąga wartość największą, gdzie $A = (0, -4)$, $B = (6, -2)$.

