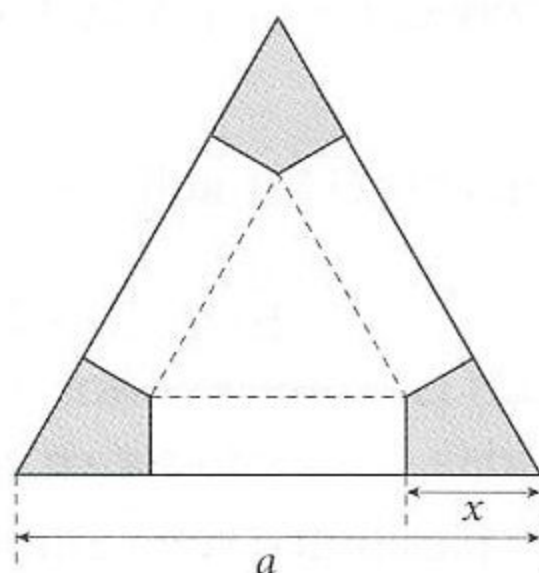


Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi

1. Z równobocznego trójkąta o boku a trzeba zrobić naczynie w kształcie foremnego graniastosłupa trójkątnego bez górnego wieczka, odcinając trzy czworokąty i zaginając do góry trzy ściany boczne. Zobacz rysunek.



Przy jakim x pojemność naczynia będzie największa?

2. Od drutu o długości a odcięto kawałek o długości x i zgięto go, robiąc kwadrat, a pozostały kawałek drutu zgięto w trójkąt równoboczny.

- Jaki musi być x , żeby suma pól otrzymanych figur była najmniejsza?
- Pokaż, że dla tego x stosunek długości obu kawałków jest taki sam jak stosunek pól kwadratu i trójkąta.

3. Wielomian $W(x)$ ma pierwiastek x_0 , czyli $W(x_0) = 0$. Dodatkowo $W'(x_0) = 0$. Udowodnij, że x_0 jest co najmniej podwójnym pierwiastkiem wielomianu $W(x)$.

4. Wielomian $W(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ma tę własność, że $W(2) = 0$ i $W'(2) = 0$, przy dzieleniu przez $(x - 1)$ pozostawia resztę 3, a oś OY przecina w $(0, 8)$. Znajdź a, b, c i d .

5. Funkcja $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 4)$.

- Znajdź równanie stycznej l do wykresu funkcji f w punkcie, w którym $x = 3$.
- Styczna l przecina wykres funkcji f w drugim punkcie (niebędącym punktem styczności). Znajdź współrzędne tego punktu.
- Znajdź punkt, w którym styczna m do wykresu tej samej krzywej sześcienniej $y = (x - 1)(x - 2)(x - 4)$ w punkcie $(2, 0)$ przecina tę krzywą drugi raz.

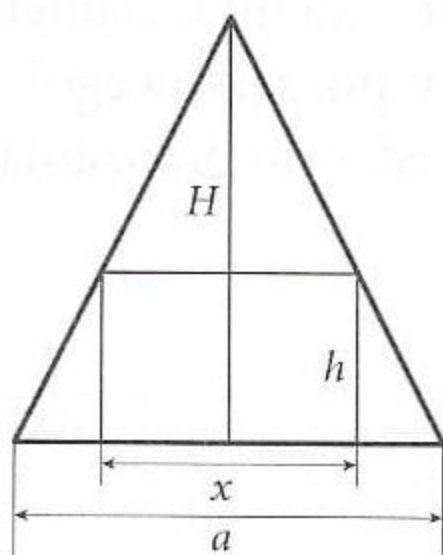
6. Styczna do krzywej o równaniu $y = x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ w punkcie, w którym $x = 1$, przecina tę krzywą w jeszcze jednym punkcie. Znajdź jego współrzędne.

7. Parabola ma wykres $y = x^2$.

- Znajdź tę stałą b , dla której obie proste $y = x + b$ i $y = -x + b$ są styczne do tej paraboli.

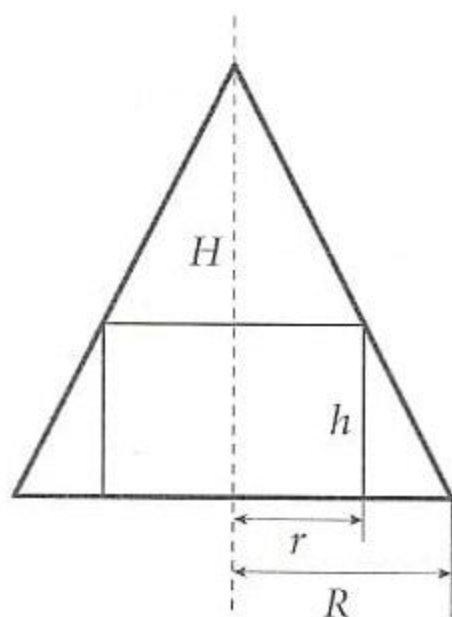
- b) Pokaż, że z dowolnego punktu na prostej $y = -\frac{1}{4}x$ widać tę parabolę pod kątem prostym.

8. Prostokąt został wpisany w trójkąt równoramienny. Podstawa trójkąta ma długość a , wysokość H .



- a) Jakie są wymiary wpisanego prostokąta o największym polu?
b) Jaką część pola trójkąta jest pole tego maksymalnego prostokąta?

9. Walec o promieniu podstawy r i wysokości h został wpisany w stożek o promieniu podstawy R i wysokości H . Przekrój jest naszkicowany poniżej.



- a) Jakie powinny być rozmiary walca, żeby jego objętość była jak największa?
b) Jaką część objętości stożka stanowi ten maksymalny walec?

10. Zrobiono z blachy naczynie w kształcie graniastosłupa prawidłowego bez pokrywki, do którego można wlać ciecz o objętości V i na który zużyto blachę o minimalnej powierzchni.

- a) Jeśli graniastosłup był trójkątny, to jaki jest stosunek pola powierzchni bocznej do pola podstawy w takim graniastosłupie?
b) Jeśli graniastosłup był sześciokątny, to jaki jest stosunek pola powierzchni bocznej do pola podstawy w takim graniastosłupie?
c) Jeśli graniastosłup był n -kątny, to jaki jest stosunek pola powierzchni bocznej do pola podstawy w takim graniastosłupie?