1 ZADANIA DO SAMODZIELNEGO WYKONANIA

zobacz dowód 1
DOWÓD 37 P Wykaż, że suma pięciu kolejnych liczb nieparzystych jest podzielna przez 5.

zobacz dowód 2
DOWÓD 38 P Wykaż, że suma czterech kolejnych liczb podzielnych przez 3 jest podzielna przez 6.

zobacz dowód 3
DOWÓD 39 P Wykaż, że suma kwadratów trzech kolejnych liczb nieparzystych powiększona o 1 jest podzielna przez 12.

zobacz dowód 4
DOWÓD 40 R Wykaż, że suma kwadratów dwóch liczb całkowitych różniących się o siedem powiększona o 1 jest liczbą parzystą.

zobacz dowód 5
DOWÓD 41 P Udowodnij, że wyrażenie $(4n+1)^2-(4m-1)^2$ jest podzielne przez 8, jeśli m, n należą do liczb naturalnych.

zobacz dowód 6
DOWÓD 42 P Wykaż, że liczba $8^{1000}-5\cdot 8^{999}+3\cdot 8^{998}$ jest podzielna przez 27.

zobacz dowód 7
DOWÓD 43 P Wykaż, że suma $999+999^2+999^3+999^4+999^5+999^6+999^7+999^8$ jest podzielna przez 1000.

zobacz dowód 8
DOWÓD 44 P Wykaż, że wyrażenie $103+103^2+103^3+\ldots+103^{18}$ jest podzielne przez 10 712.

zobacz dowód 9
DOWÓD 45 P Wykaż, że wyrażenie $9+9^2+9^3+\ldots+9^{99}$ jest podzielne przez 13.

zobacz dowód 10
DOWÓD 46 P Wykaż, że liczba $5^{10}+2\cdot 5^9+5^8$ jest podzielna przez 36.

zobacz dowód 11
DOWÓD 47 R Wykaż, że wyrażenie $5^n+5^{n+1}+5^{n+2}+5^{n+3}$ jest podzielne przez 195, jeśli $n\in\mathbb{N}_+$.

zobacz dowód 12
DOWÓD 48 R Uzasadnij, że dla każdej liczby dodatniej całkowitej n liczba $4^{n+2}+4\cdot 5^{n+1}+4^{n+1}$ jest wielokrotnością liczby 20.

zobacz dowód 13
DOWÓD 49 R Wykaż, że liczba $5^{16}-2^{16}$ jest podzielna przez 29.

zobacz dowód 14
DOWÓD 50 R Wykaż, że liczba 1007^3+993^3 jest podzielna przez 1000.

zobacz dowód 15
DOWÓD 51 R Wykaż, że wyrażenie 6^9-5^9 jest podzielne przez 91.

zobacz dowód 16
DOWÓD 52 R Wykaż, że wyrażenie $(n^2+n)(n^2-3n+2)$ jest podzielne przez 24 dla każdej liczby całkowitej n.

zobacz dowód 17
DOWÓD 53 R Wykaż, że iloczyn trzech kolejnych liczb parzystych jest podzielny przez 48.

zobacz dowód 18
DOWÓD 54 R Wykaż, że wyrażenie $n^2k^2-nk^2+kn^2-kn$ jest podzielne przez 4, jeśli $n\in\mathbb{C}$ i $k\in\mathbb{C}$.

zobacz dowód 19
DOWÓD 55 R Wykaż, że kwadrat iloczynu dwóch kolejnych liczb całkowitych podzielnych przez 5 jest podzielny przez 2500.

zobacz dowód 20
DOWÓD 56 R Wykaż, że dla $n\in\mathbb{N}$ wyrażenie $n^5-5n^4+5n^3+5n^2-6n$ jest wielokrotnością 5!.

DOWÓD 57 **R**

Liczby 2, 4, 6 są pierwiastkami wielomianu stopnia trzeciego, w którym współczynnik przy najwyższej potędze zmiennej jest równy 2. Uzasadnij, że dla każdej liczby całkowitej parzystej wartość tego wielomianu jest liczbą podzielną przez 96.

DOWÓD 58 **R**

Wykaż, że liczba $7^{30} - 8 \cdot 7^{20} + 15 \cdot 7^{10}$ jest podzielna przez 56.

DOWÓD 59 **R**

Wykaż, że dla $n \in \mathbb{N}$ liczba $81^n - 1$ jest wielokrotnością liczby 16.

DOWÓD 60 **R**

Wykaż, że dla $n \in \mathbb{N}$ liczba $16^7 - 1$ jest wielokrotnością liczby 15.

DOWÓD 61 **R**

Wykaż, że wyrażenie $113^4 - 3 \cdot 113^2 - 4$ jest podzielne przez 25.

DOWÓD 62 **R**

Wykaż, że liczba $6^{400} - 17 \cdot 6^{200} + 16$ jest podzielna przez 100.

DOWÓD 63 **R**

Uzasadnij, że liczba $(10^n - 7)^2$ jest podzielna przez 9 dla $n \in \mathbb{N}_+$.

DOWÓD 64 **R**

Wykaż, że liczba $100^n + 5$ dzieli się przez 15 dla $n \in \mathbb{N}_+$.

DOWÓD 65 **P**

Udowodnij, że suma liczb: trzycyfrowej, dwucyfrowej i jednocyfrowej postaci $XXX + XX + X$ jest podzielna przez 41, jeżeli X oznacza dowolną cyfrę różną od zera.

DOWÓD 66 **P**

Wykaż, że suma liczb trzycyfrowych postaci $ABC + CAB + BCA$ jest podzielna przez 111, wiedząc, że A, B, C oznaczają dowolne cyfry i $A \neq 0$, $B \neq 0$, $C \neq 0$.

DOWÓD 67 **P**

Wykaż, że iloczyn $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 11 \cdot 12$ jest podzielny przez 2^{10}.

DOWÓD 68 **R**

Dana jest liczba p taka, że liczba $p - 3$ jest podzielna przez 7. Wykaż, że liczba $p^2 + 5$ też jest podzielna przez 7.

DOWÓD 69 **R**

Wykaż, że liczba $4^{202} + 2 \cdot 4^{101} \cdot 6^{101} + 6^{202}$ jest podzielna przez 100.

DOWÓD 70 **R**

Wykaż, że nie istnieje wielomian $W(x)$ stopnia trzeciego o współczynnikach całkowitych, który spełnia warunki: $W(1) = 5$ i $W(-1) = 4$.

DOWÓD 71 **R**

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej k i każdej liczby całkowitej l liczba $(a^2 b - ab^2)^2$ jest podzielna przez 4.

DOWÓD 72 **R**

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej a liczba $a^2(a + 1)(a + 3)$ jest podzielna przez 4.