2 ROZWIĄZANIA ZADAŃ DO SAMODZIELNEGO WYKONANIA

DOWÓD 79 PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIE

Dla $n \in \mathbb{C}$:
$2n$ — I liczba parzysta,
$2n+2$ — II liczba parzysta,
$2n+4$ — III liczba parzysta,
$2n+6$ — IV liczba parzysta.

$2n+2n+2+2n+4+2n+6=8n+12=8n+8+4=8\underbrace{(n+1)}_{k\in\mathbb{C}}+4=8k+4$, więc suma przy dzieleniu przez 8 daje resztę 4.

DOWÓD 80 PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIE

Dla $n \in \mathbb{C}$:
$2n+1$ — I liczba nieparzysta,
$2n+3$ — II liczba nieparzysta,
$2n+5$ — III liczba nieparzysta.

$(2n+1)^2+(2n+3)^2+(2n+5)^2=4n^2+4n+1+4n^2+12n+9+4n^2+20n+25=$
$=12n^2+36n+35=12n^2+36n+24+11=12\underbrace{(n^2+3n+2)}_{k\in\mathbb{C}}+11=12k+11$, więc suma kwadratów przy dzieleniu przez 12 daje resztę 11.

DOWÓD 81 PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIE

n — I liczba, $n+11$ — II liczba, gdzie $n \in \mathbb{C}$

$(n+n+11)^2=(2n+11)^2=4n^2+44n+121=4n^2+44n+120+1=4\underbrace{(n^2+11n+30)}_{k\in\mathbb{C}}+1=4k+1$, więc kwadrat sumy przy dzieleniu przez 4 daje resztę 1.

DOWÓD 82 PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIE

$p=7k+1$, gdzie $k \in \mathbb{C}$

$p^2=(7k+1)^2=49k^2+14k+1=7\underbrace{(7k^2+2k)}_{l\in\mathbb{C}}+1=7l+1$, więc liczba całkowita p, ma tę własność, że reszta z dzielenia liczby p^2 przez 7 również jest równa 1.

DOWÓD 83 PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIE

Zapisujemy kolejne liczby niepodzielne przez 4 dla $n \in \mathbb{C}$:

$4n+1$ — I liczba, która nie dzieli się przez 4, $4n+2$ — II liczba, która nie dzieli się przez 4, $4n+3$ — III liczba, która nie dzieli się przez 4.

Analizujemy kwadraty kolejnych liczb:

$(4n+1)^2=16n^2+8n+1=4\underbrace{(4n^2+2n)}_{k\in\mathbb{C}}+1=4k+1 \rightarrow$ reszta $=1$

$(4n+2)^2=16n^2+16n+4=4\underbrace{(4n^2+4n+1)}_{k\in\mathbb{C}}+0=4k+0 \rightarrow$ reszta $=0$

$(4n+3)^2=16n^2+24n+9=16n^2+24n+8+1=4\underbrace{(4n^2+6n+2)}_{k\in\mathbb{C}}+1=4k+1 \rightarrow$ reszta $=1$, więc jeżeli liczba całkowita nie dzieli się przez 4, to kwadrat tej liczby przy dzieleniu przez 4 daje resztę 0 lub 1.

DOWÓD 84 PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIE

$p=10k+1$, $q=5l+2$, gdzie $k, l \in \mathbb{C}$

$p^2+q^2=(10k+1)^2+(5l+2)^2=100k^2+20k+1+25l^2+20l+4=100k^2+20k+25l^2+20l+5=$
$=5\underbrace{(20k^2+4k+5l^2+4l+1)}_{m\in\mathbb{C}}=5m$, więc suma kwadratów liczb p i q jest wielokrotnością 5.