

3

ZADANIA DO SAMODZIELNEGO WYKONANIA

DOWÓD 109

P

Wykaż, że liczba $a = \frac{\sqrt{13} + \sqrt{12}}{\sqrt{13} - \sqrt{12}} + \frac{\sqrt{13} - \sqrt{12}}{\sqrt{13} + \sqrt{12}}$ jest liczbą naturalną parzystą.

DOWÓD 110

P

Wykaż, że liczba $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{24} + \sqrt{25}}$ jest kwadratem liczby naturalnej.

DOWÓD 111

P

Wykaż, że liczba $\frac{1008^2 - 1007^2 + 1006^2 - 1005^2 + 1004^2 - 1003^2 + 1002^2 - 1001^2}{1005^2 - 1004^2}$ jest kwadratem liczby naturalnej.

DOWÓD 112

P

Wykaż, że liczba $\sqrt{\frac{1}{(1-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{3})(1-\frac{1}{4}) \cdot \dots \cdot (1-\frac{1}{2024})(1-\frac{1}{2025})}}$ jest wielokrotnością liczby 9.

DOWÓD 113

P

Wykaż, że $\frac{100^{50} - 1}{10^{50} + 1}$ jest liczbą całkowitą.

DOWÓD 114

R

Wykaż, że liczba $\frac{77^6 - 23^6}{79^2 - 29^2}$ jest liczbą całkowitą.

DOWÓD 115

R

Wykaż, że liczba $\sqrt{14 - 6\sqrt{5}} + \sqrt{30 + 10\sqrt{5}}$ jest sześcianną liczbą pierwszej.

DOWÓD 116

R

Wykaż, że $\sqrt[3]{6\sqrt{3} + 10} + \sqrt[3]{10 - 6\sqrt{3}} = 2$.

DOWÓD 117

R

Wykaż, że $\sqrt[3]{9 - 4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{9 + 4\sqrt{5}} = 3$.

DOWÓD 118

R

Wykaż, że liczba $a = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}$ jest liczbą pierwszą.

DOWÓD 119

R

Wykaż, że liczba $\sqrt[3]{24 + \sqrt[3]{24 + \sqrt[3]{24 + \dots}}}$ = 3.

DOWÓD 120

R

Uzasadnij, że liczba $\frac{10^n + 5}{15}$ dla $n \in \mathbb{N}_+$ jest liczbą całkowitą.

DOWÓD 121

R

Wykaż, że liczba $\frac{n^6 - 2n^4 + n^2}{36}$ jest kwadratem liczby całkowitej, gdy $n \in \mathbb{C}$.

DOWÓD 122

P

Wykaż, że $625^{125} < 125^{250}$.

DOWÓD 123

P

Wykaż, że $12^{120} > 5^{180}$.

DOWÓD 124

P

Wykaż, że $10^{25} > 25^{10}$.

DOWÓD 125

R

Wykaż, że jeżeli $A = 5^{5+2\sqrt{3}}$ i $B = 25^{2\sqrt{3}+3}$, to $A = 25\sqrt{B}$.

DOWÓD 126

R

Wykaż, że $\log_2 4 \cdot \log_4 8 \cdot \log_8 16 \cdot \log_{16} 32 \cdot \log_{32} 64 = 3!$.

DOWÓD 127

R

Wykaż, że $\log_4 15 \cdot \log_{225} 8 = \frac{3}{4}$.

zobacz
dowód 104**DOWÓD 128****R**Wykaż, że $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 5^{-3}} - 16^{\log_4 3} = 116$.zobacz
dowód 105**DOWÓD 129****R**Wiedząc, że jeśli $a = \log_2 5$, to $\frac{3a}{1+2a} = \log_{50} 125$.zobacz
dowód 106**DOWÓD 130****R**Wykaż, że liczba $\frac{20}{1 \cdot 2} + \frac{20}{2 \cdot 3} + \frac{20}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{20}{19 \cdot 20}$ jest liczbą pierwszą.zobacz
dowód 107**DOWÓD 131****R**Wykaż, że $\left(\frac{1}{2025 \cdot 2026} + \frac{1}{2026 \cdot 2027} + \frac{1}{2027 \cdot 2028} + \frac{1}{2028}\right)^{-2}$ jest czwartą potęgą liczby naturalnej.zobacz
dowód 108**DOWÓD 132****R**Wykaż, że jeśli $\frac{1}{96} \left(\frac{1}{97} \left(\frac{1}{98} \left(\frac{1}{99} \left(\frac{1}{100} n + \frac{99}{100} \right) + \frac{98}{99} \right) + \frac{97}{98} \right) + \frac{96}{97} \right) = \frac{1}{96}$, to n jest liczbą naturalną.