4 ZADANIA DO SAMODZIELNEGO WYKONANIA

zobacz dowód 133

DOWÓD 142 R

Wykaż, że jeżeli $x+y=1$, to $x^3+y^3+3xy=x+y$.

zobacz dowód 134

DOWÓD 143 R

Wykaż, że $\frac{(n+1)!+(n+2)!+(n+3)!}{(n+3)^2}=(n+1)!$ dla $n\in\mathbb{N}$.

zobacz dowód 135

DOWÓD 144 R

Wykaż, że dla $a\in\mathbb{R}_+$ i $a\neq 1$ oraz dla $b\in\mathbb{R}_+$ i $b\neq 1$ prawdziwe jest równanie $\log_a(ab)\cdot\log_b\left(\frac{b}{a}\right)=\log_b(ab)\cdot\log_a\left(\frac{b}{a}\right)$.

zobacz dowód 136

DOWÓD 145 P

Uzasadnij, że jeżeli p jest liczbą rzeczywistą różną od zera i $p+\frac{1}{p}=5$, to $p^2+\frac{1}{p^2}=23$.

zobacz dowód 137

DOWÓD 146 R

Udowodnij, że jeżeli $n+\frac{1}{n}=4$, to $n^4+\frac{1}{n^4}=194$.

zobacz dowód 138

DOWÓD 147 R

Uzasadnij, że jeżeli $x+y=3$ i $x^2+y^2=5$, to $x^3+y^3=9$.

zobacz dowód 139

DOWÓD 148 R

Wykaż, że jeśli $n\in(1;\infty)$ oraz $n\in\mathbb{N}$, to równanie $\frac{1}{\log_2 n}+\frac{1}{\log_4 n}+\frac{1}{\log_6 n}+\ldots+\frac{1}{\log_{2n-2} n}+\frac{1}{\log_{2n} n}=n\log_n 2+\log_n n!$ jest prawdziwe.

zobacz dowód 140

DOWÓD 149 R

Wykaż, że jeśli $ab+2=-\frac{1}{ab}$ dla $ab\neq 0$, to $ab=-1$.

zobacz dowód 141

DOWÓD 150 R

Równanie $ax^2+bx+c=0$, gdzie $a\neq 0$, ma dwa różne pierwiastki x_1 i x_2. Wykaż, że:

- $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$
- $x_1x_2=\frac{c}{a}$