5 ZADANIA DO SAMODZIELNEGO WYKONANIA

zobacz dowód 151

DOWÓD 165 P

Wykaż, że liczba $\dfrac{0{,}1^{-\log(1+2+3+\ldots+100)}}{50\frac{1}{2}}$ jest kwadratem liczby naturalnej.

zobacz dowód 152

DOWÓD 166 R

Wykaż, że dla każdego $x > 0$ i $x \neq 1$ $\dfrac{1}{\log_x 10} + \dfrac{2}{\log_x 10} + \dfrac{3}{\log_x 10} + \ldots + \dfrac{20}{\log_x 10} = 10^{\log(\log x^{210})}$.

zobacz dowód 153

DOWÓD 167 P

Wykaż, że dla każdego m ciąg $(m-4,\ 2m-1,\ 3m+2)$ jest arytmetyczny.

zobacz dowód 154

DOWÓD 168 P

Wykaż, że istnieje liczba $a \in \mathbb{N}$ taka, że ciąg o wyrazach $(a+3,\ 8a-1,\ 21a+3)$ jest ciągiem geometrycznym.

zobacz dowód 155

DOWÓD 169 P

Wiedząc, że liczby $(a+1,\ b+2,\ c+3)$ są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego, a liczby $(a,\ b,\ c)$ kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego, wykaż, że $a = b = c$.

zobacz dowód 156

DOWÓD 170 R

Wiedząc, że liczby $x,\ y,\ z$ są kolejnymi niezerowymi wyrazami ciągu geometrycznego, uzasadnij, że
$\dfrac{y^2z^2}{x} + \dfrac{x^2z^2}{y} + \dfrac{x^2y^2}{z} = x^3 + y^3 + z^3$.

zobacz dowód 157

DOWÓD 171 P

Dany jest ciąg arytmetyczny o wzorze $a_n = 4n - 3$. Wykaż, że suma S_n n początkowych wyrazów tego ciągu wynosi $S_n = 2n^2 - n$ dla $n \geq 1$.

zobacz dowód 158

DOWÓD 172 R

Wiedząc, że (a_n) jest ciągiem arytmetycznym, wykaż, że $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$, gdzie S_n jest sumą n początkowych wyrazów tego ciągu.

zobacz dowód 159

DOWÓD 173 R

Dana jest suma n początkowych wyrazów ciągu (a_n) określona wzorem $S_n = -n^2$. Wykaż, że ciąg (a_n) jest arytmetyczny.

zobacz dowód 160

DOWÓD 174 R

Dana jest suma n początkowych wyrazów ciągu (a_n) określona wzorem $S_n = 2^{n+3} - 8$. Wykaż, że ciąg jest geometryczny.

zobacz dowód 161

DOWÓD 175 R

Wykaż, że jeżeli ciąg (b_n) jest geometryczny, to ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \log b_n$ jest ciągiem arytmetycznym.

zobacz dowód 162

DOWÓD 176 R

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 2n - 16$. Wykaż, że $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \ldots \cdot a_{100} = 0$.

zobacz dowód 163

DOWÓD 177 R

Dany jest wielomian $G(x) = kx^3 + lx^2 + mx + n$, gdzie współczynniki $k,\ l,\ m,\ n$ są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego o ilorazie różnym od zera. Wykaż, że wielomian $G(x)$ ma dokładnie jedno rozwiązanie.

zobacz dowód 164

DOWÓD 178 P

Kolejne długości boków czworokąta opisanego na okręgu są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Wykaż, że ten czworokąt jest rombem.