# 6 ZADANIA DO SAMODZIELNEGO WYKONANIA

zobacz dowód 179
**DOWÓD 198** P
Wykaż, że dla każdego $a$ należącego do liczb rzeczywistych $4a(a+5) \geq 8a-9$.

zobacz dowód 180
**DOWÓD 199** P
Wykaż, że dla każdego $a > 0$ prawdziwa jest nierówność $\frac{a^2+2}{a} \geq \frac{a+4}{2}$.

zobacz dowód 181
**DOWÓD 200** P
Wykaż, że wyrażenie $p^2 \leq \frac{p^4+1}{2}$ jest prawdziwe dla każdej liczby rzeczywistej $p$.

zobacz dowód 182
**DOWÓD 201** P
Wykaż, że wyrażenie $\sqrt{a+b} \geq \sqrt{2\sqrt{ab}}$ jest prawdziwe dla $a \in \mathbb{R}_+$ i $b \in \mathbb{R}_+$.

zobacz dowód 183
**DOWÓD 202** R
Udowodnij, że dla dowolnych liczb dodatnich $k$, $l$, $m$, $n$ prawdziwa jest nierówność $k^2m^2 + l^2n^2 \leq \sqrt{k^4+l^4} \cdot \sqrt{m^4+n^4}$.

zobacz dowód 184
**DOWÓD 203** R
Wykaż, że nierówność $\sqrt[6]{\frac{a^6+b^6}{2}} \geq \sqrt[3]{\frac{a^3+b^3}{2}}$ jest spełniona przez wszystkie liczby rzeczywiste $a$ i $b$.

zobacz dowód 185
**DOWÓD 204** P
Udowodnij, że dla dowolnych liczb $x$ i $y$ prawdziwa jest nierówność $10x^2 + 6xy + 2y^2 \geq 0$.

zobacz dowód 186
**DOWÓD 205** P
Wykaż, że dla dowolnych liczb $a$ i $b$ prawdziwa jest nierówność $a^2 + b^2 - 4a + 2b + 6 > 0$.

zobacz dowód 187
**DOWÓD 206** R
Wykaż, że dla dowolnych $x$ i $y$ wyrażenie $x^2 + y^2 \geq xy$ jest prawdziwe.

zobacz dowód 188
**DOWÓD 207** R
Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej $x$ nierówność $x^6 + x^4 + 2x^3 + x^2 + 2 > 0$ jest prawdziwa.

zobacz dowód 189
**DOWÓD 208** R
Udowodnij, że jeżeli $a + 2b \geq 0$, to prawdziwa jest nierówność $a^3 + 8b^3 \geq 2a^2b + 4ab^2$.

zobacz dowód 190
**DOWÓD 209** R
Wykaż, że dla $x \in (0; 1)$ prawdziwa jest nierówność $8(1 + 2\log_x 10) \leq \log\frac{1}{x}$.

zobacz dowód 191
**DOWÓD 210** R
Udowodnij, że jeśli $xy = 2$ oraz jeśli $x > 0$ i $y > 0$, to $(x+1)(y+2) \geq 8$.

zobacz dowód 192
**DOWÓD 211** R
Wykaż, że nierówność $\frac{a}{b}\left(1+\frac{a}{b}\right) + \frac{b}{a}\left(1+\frac{b}{a}\right) \geq 4$ jest spełniona dla wszystkich dodatnich liczb rzeczywistych $a$ i $b$.

zobacz dowód 193
**DOWÓD 212** R
Uzasadnij, że jeżeli $a$, $b$, $c$ są liczbami dodatnimi, to $\frac{2ab}{c} + \frac{2bc}{a} + \frac{2ac}{b} \geq 2a + 2b + 2c$.

zobacz dowód 194
**DOWÓD 213** R
Udowodnij, że jeśli $a + b + c = 1$, gdzie liczby $a$, $b$, $c$ są dodatnie, to $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9$.

zobacz dowód 195
**DOWÓD 214** R
Wykaż, że dla każdego $a, b, c, d \in \mathbb{R}_+$ nierówność $\frac{(a+b)(b+c)(c+d)(a+d)(a+c)(b+d)}{\sqrt{abcd}} \geq 64abcd$.

zobacz dowód 196
**DOWÓD 215** R
Wykaż, że dla każdego $a, b, c \in \mathbb{R}$ nierówność $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac$ jest prawdziwa.

zobacz dowód 197
**DOWÓD 216** R
Wykaż, że dla dowolnych liczb $a$ i $b$, gdzie $a \neq b$, nierówność $\frac{2a^2 + 3ab + 5b^2}{a^2 - ab + b^2} \geq 1$ jest prawdziwa.