Druga część zadania

Przypomnijmy - rozważaliśmy równanie:

$$x^2 = x + 1$$

ma ono dwa różne (i różne od 0) pierwiastki, które nazwaliśmy ϕ i ψ (przy czym ϕ jest większym z nich).

Przypomnijmy - rozważaliśmy równanie:

$$x^2 = x + 1$$

ma ono dwa różne (i różne od 0) pierwiastki, które nazwaliśmy ϕ i ψ (przy czym ϕ jest większym z nich).

Dalej, mam nadzieję, udało Wam się dojść do następującego wzoru:

$$\phi^n = F_n\phi + F_{n-1} \tag{1}$$

gdzie F_n oznacza n-ty wyraz ciągu Fibonacciego.

Przypomnijmy - rozważaliśmy równanie:

$$x^2 = x + 1$$

ma ono dwa różne (i różne od 0) pierwiastki, które nazwaliśmy ϕ i ψ (przy czym ϕ jest większym z nich).

Dalej, mam nadzieję, udało Wam się dojść do następującego wzoru:

$$\phi^n = F_n\phi + F_{n-1} \tag{1}$$

gdzie F_n oznacza n-ty wyraz ciągu Fibonacciego. Oczywiście wszystko to, co zrobiliście, by dojść do (1) można powtórzyć zastępując ϕ przez ψ i otrzymać równanie:

$$\psi^n = F_n\psi + F_{n-1} \tag{2}$$

Teraz naszym celem znalezienie wzoru na n-ty wyraz ciągu Fibonacciego korzystając z równań (1) i (2).

Krótkie przypomnienie.

Krótkie przypomnienie.

Mamy wzory rekurencyjne, np. $a_1 = 3$, $a_{n+1} = a_n + 4$, to wzór, rekurencyjny dla ciągu arytmetycznego o pierwszym wyrazie 3 i różnicy 4. Wzory rekurencyjne nie są idealne, bo żeby znaleźć wartość wyrazu o numerze 78 muszę znać wartość poprzedniego wyrazu (lub kilku poprzednich).

Krótkie przypomnienie.

Mamy wzory rekurencyjne, np. $a_1 = 3$, $a_{n+1} = a_n + 4$, to wzór, rekurencyjny dla ciągu arytmetycznego o pierwszym wyrazie 3 i różnicy 4. Wzory rekurencyjne nie są idealne, bo żeby znaleźć wartość wyrazu o numerze 78 muszę znać wartość poprzedniego wyrazu (lub kilku poprzednich).

Ten sam ciąg arytmetyczny mogę zapisać wzorem: $a_n = 4n - 1$. To jest wzór ogólny. Jest on o wiele lepszy, bo żeby znaleźć wartość wyrazu o numerze 78 (czy jakimkolwiek innym), wystarczy za n podstawić 78.

Jeśli chodzi o ciąg Fibonacciego, to mamy na razie tylko wzór rekurencyjny. Żeby znaleźć wyraz o numerze 78, muszę znać wyrazy o numerach 77 i 76 itd.

Jeśli chodzi o ciąg Fibonacciego, to mamy na razie tylko wzór rekurencyjny. Żeby znaleźć wyraz o numerze 78, muszę znać wyrazy o numerach 77 i 76 itd.

Teraz chcemy znaleźć wzór ogólny.

Jeśli chodzi o ciąg Fibonacciego, to mamy na razie tylko wzór rekurencyjny. Żeby znaleźć wyraz o numerze 78, muszę znać wyrazy o numerach 77 i 76 itd.

Teraz chcemy znaleźć wzór ogólny.

Musimy skorzystać z równań (1) i (2) i odpowiednio je przekształcić, by wyrazić wzór na F_n.

Jeśli chodzi o ciąg Fibonacciego, to mamy na razie tylko wzór rekurencyjny. Żeby znaleźć wyraz o numerze 78, muszę znać wyrazy o numerach 77 i 76 itd.

Teraz chcemy znaleźć wzór ogólny.

Musimy skorzystać z równań (1) i (2) i odpowiednio je przekształcić, by wyrazić wzór na F_n. Dalej musimy podstawić odpowiednie wartości pod ϕ i ψ (obliczyliśmy je na początku pierwszej części, są to przecież rozwiązania równania $x^2 = x + 1$) i sporo uprościć.

Jak już uzyskacie w miarę przejrzysty wzór na F_n, to na końcu musicie go jeszcze sprawdzić.

Jak już uzyskacie w miarę przejrzysty wzór na F_n, to na końcu musicie go jeszcze sprawdzić.

Podstawcie pod n po kolei: 1, 2, 3 i 4.

Jak już uzyskacie w miarę przejrzysty wzór na F_n, to na końcu musicie go jeszcze sprawdzić.

Podstawcie pod n po kolei: 1, 2, 3 i 4.

Powinno wyjść odpowiednio: 1, 1, 2, 3.