Nierówności logarytmiczne

Na prezentacji omówimy kilka przykładów prostych nierówności logarytmicznych.

Zadanie 1.155

(b) Chcemy roziązać $\log_3(2-x) \leqslant 1$.

Zadanie 1.155

(b) Chcemy roziązać $\log_3(2-x) \leqslant 1$.

Najpierw dziedzina: $x \in (-\infty, 2)$.

Zadanie 1.155

(b) Chcemy roziązać $\log_3(2-x) \leqslant 1$.

Najpierw dziedzina: $x \in (-\infty, 2)$.

Teraz ważny moment. W podstawie logarytmu mamy 3, czyli mamy do czynienia z funkcją rosnącą $(3 > 1)$, nie zmieniamy więc kierunku nierówności.

Zadanie 1.155

(b) Chcemy roziązać $\log_3(2-x) \leqslant 1$.

Najpierw dziedzina: $x \in (-\infty, 2)$.

Teraz ważny moment. W podstawie logarytmu mamy 3, czyli mamy do czynienia z funkcją rosnącą ($3 > 1$), nie zmieniamy więc kierunku nierówności. Teraz wyjątkowo zapiszę dodatkowy krok (zamienię 1 na $\log_3 3$), który pokazuje, dlaczego nie zmieniamy kierunku nierówności:

$$\log_3(2-x) \leqslant \log_3 3$$

Zadanie 1.155

(b) Chcemy roziązać $\log_3(2-x) \leqslant 1$.

Najpierw dziedzina: $x \in (-\infty, 2)$.

Teraz ważny moment. W podstawie logarytmu mamy 3, czyli mamy do czynienia z funkcją rosnącą ($3 > 1$), nie zmieniamy więc kierunku nierówności. Teraz wyjątkowo zapiszę dodatkowy krok (zamienię 1 na $\log_3 3$), który pokazuje, dlaczego nie zmieniamy kierunku nierówności:

$$\log_3(2-x) \leqslant \log_3 3$$

Funkcja rosnąca, czyli im mniejszy argument, tym mniejsza wartość:

$$2 - x \leqslant 3$$

To daje $x \geqslant -1$. Ostatecznie $x \in \langle -1, 2)$.

Zadanie 1.155

(b) Chcemy roziązać $\log_3(2 - x) \leqslant 1$.

Zadanie 1.155

(b) Chcemy roziązać $\log_3(2-x) \leqslant 1$. Zasadniczo możemy jednak ten krok z zamianą lewej strony na $\log_3 3$ pominąć i od razu zapisać z definicji:

$$2 - x \leqslant 3^1$$

Zadanie 1.155

(b) Chcemy roziązać $\log_3(2-x) \leqslant 1$. Zasadniczo możemy jednak ten krok z zamianą lewej strony na $\log_3 3$ pominąć i od razu zapisać z definicji:

$$2 - x \leqslant 3^1$$

Oczywiście otrzymujemy to samo.

Zadanie 1.155

(d) Chcemy roziązać $\log_{\frac{1}{5}}(3x-4) < -2$.

Zadanie 1.155

(d) Chcemy roziązać $\log_{\frac{1}{5}}(3x-4) < -2$.

Najpierw dziedzina: $x \in (\frac{4}{3}, \infty)$.

Zadanie 1.155

(d) Chcemy roziązać $\log_{\frac{1}{5}}(3x-4) < -2$.

Najpierw dziedzina: $x \in (\frac{4}{3}, \infty)$.

W podstawie logarytmu mamy $\frac{1}{5}$, czyli mamy do czynienia z funkcją malejącą ($\frac{1}{5} < 1$), zmieniamy kierunek nierówności:

Zadanie 1.155

(d) Chcemy roziązać $\log_{\frac{1}{5}}(3x - 4) < -2$.

Najpierw dziedzina: $x \in (\frac{4}{3}, \infty)$.

W podstawie logarytmu mamy $\frac{1}{5}$, czyli mamy do czynienia z funkcją malejącą ($\frac{1}{5} < 1$), zmieniamy kierunek nierówności:

$$3x - 4 > \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$$

Zadanie 1.155

(d) Chcemy roziązać $\log_{\frac{1}{5}}(3x-4) < -2$.

Najpierw dziedzina: $x \in (\frac{4}{3}, \infty)$.

W podstawie logarytmu mamy $\frac{1}{5}$, czyli mamy do czynienia z funkcją malejącą ($\frac{1}{5} < 1$), zmieniamy kierunek nierówności:

$$3x - 4 > \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$$

to daje:

$$3x - 4 > 25$$

Zadanie 1.155

(d) Chcemy roziązać $\log_{\frac{1}{5}}(3x-4) < -2$.

Najpierw dziedzina: $x \in (\frac{4}{3}, \infty)$.

W podstawie logarytmu mamy $\frac{1}{5}$, czyli mamy do czynienia z funkcją malejącą ($\frac{1}{5} < 1$), zmieniamy kierunek nierówności:

$$3x - 4 > \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$$

to daje:

$$3x - 4 > 25$$

Ostatecznie $x \in (9\frac{2}{3}, \infty)$.

Zadanie 1.155

(e) Chcemy roziązać $\log_{\sqrt{2}}(3x+1) \leqslant 4$.

Zadanie 1.155

(e) Chcemy roziązać $\log_{\sqrt{2}}(3x+1) \leqslant 4$.

Najpierw dziedzina: $x \in (-\frac{1}{3}, \infty)$.

Zadanie 1.155

(e) Chcemy roziązać $\log_{\sqrt{2}}(3x+1) \leqslant 4$.

Najpierw dziedzina: $x \in (-\frac{1}{3}, \infty)$.

W podstawie logarytmu mamy $\sqrt{2}$, czyli mamy do czynienia z funkcją rosnącą ($\sqrt{2} > 1$), nie zmieniamy kierunku nierówności:

Zadanie 1.155

(e) Chcemy roziązać $\log_{\sqrt{2}}(3x+1) \leqslant 4$.

Najpierw dziedzina: $x \in (-\frac{1}{3}, \infty)$.

W podstawie logarytmu mamy $\sqrt{2}$, czyli mamy do czynienia z funkcją rosnącą ($\sqrt{2} > 1$), nie zmieniamy kierunku nierówności:

$$3x + 1 \leqslant (\sqrt{2})^4$$

Zadanie 1.155

(e) Chcemy roziązać $\log_{\sqrt{2}}(3x+1) \leqslant 4$.

Najpierw dziedzina: $x \in (-\frac{1}{3}, \infty)$.

W podstawie logarytmu mamy $\sqrt{2}$, czyli mamy do czynienia z funkcją rosnącą ($\sqrt{2} > 1$), nie zmieniamy kierunku nierówności:

$$3x+1 \leqslant (\sqrt{2})^4$$

to daje:

$$3x+1 \leqslant 4$$

Zadanie 1.155

(e) Chcemy roziązać $\log_{\sqrt{2}}(3x+1) \leqslant 4$.

Najpierw dziedzina: $x \in (-\frac{1}{3}, \infty)$.

W podstawie logarytmu mamy $\sqrt{2}$, czyli mamy do czynienia z funkcją rosnącą ($\sqrt{2} > 1$), nie zmieniamy kierunku nierówności:

$$3x + 1 \leqslant (\sqrt{2})^4$$

to daje:

$$3x + 1 \leqslant 4$$

Ostatecznie $x \in (-\frac{1}{3}, 1\rangle$.

Zadanie 1.156

(b) Chcemy roziązać $\log_{\frac{1}{3}} |x+2| > -2$.

Zadanie 1.156

(b) Chcemy roziązać $\log_{\frac{1}{3}}|x+2| > -2$.

Najpierw dziedzina: $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$.

Zadanie 1.156

(b) Chcemy roziązać $\log_{\frac{1}{3}} |x+2| > -2$.

Najpierw dziedzina: $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$.

W podstawie logarytmu mamy $\frac{1}{3}$, czyli mamy do czynienia z funkcją malejącą ($\frac{1}{3} < 1$), zmieniamy kierunek nierówności:

Zadanie 1.156

(b) Chcemy roziązać $\log_{\frac{1}{3}} |x+2| > -2$.

Najpierw dziedzina: $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$.

W podstawie logarytmu mamy $\frac{1}{3}$, czyli mamy do czynienia z funkcją malejącą ($\frac{1}{3} < 1$), zmieniamy kierunek nierówności:

$$|x+2| < \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

Zadanie 1.156

(b) Chcemy roziązać $\log_{\frac{1}{3}} |x+2| > -2$.

Najpierw dziedzina: $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$.

W podstawie logarytmu mamy $\frac{1}{3}$, czyli mamy do czynienia z funkcją malejącą ($\frac{1}{3} < 1$), zmieniamy kierunek nierówności:

$$|x+2| < \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

czyli:

$$|x+2| < 9$$

Zadanie 1.156

(b) Chcemy roziązać $\log_{\frac{1}{3}} |x+2| > -2$.

Najpierw dziedzina: $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$.

W podstawie logarytmu mamy $\frac{1}{3}$, czyli mamy do czynienia z funkcją malejącą ($\frac{1}{3} < 1$), zmieniamy kierunek nierówności:

$$|x+2| < \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

czyli:

$$|x+2| < 9$$

To daje $x \in (-11, 7)$,

Zadanie 1.156

(b) Chcemy roziązać $\log_{\frac{1}{3}}|x+2| > -2$.

Najpierw dziedzina: $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$.

W podstawie logarytmu mamy $\frac{1}{3}$, czyli mamy do czynienia z funkcją malejącą ($\frac{1}{3} < 1$), zmieniamy kierunek nierówności:

$$|x+2| < \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

czyli:

$$|x+2| < 9$$

To daje $x \in (-11, 7)$, uwzględniając dziedzinę mamy $x \in (-11, -2) \cup (-2, 7)$

Zadanie 1.156

(d) Chcemy roziązać $\log_4 |x - 7| \geqslant 0$.

Zadanie 1.156

(d) Chcemy roziązać $\log_4 |x-7| \geqslant 0$.

Najpierw dziedzina: $x \in \mathbb{R} - \{7\}$.

Zadanie 1.156

(d) Chcemy roziązać $\log_4 |x-7| \geqslant 0$.

Najpierw dziedzina: $x \in \mathbb{R} - \{7\}$.

W podstawie logarytmu mamy 4, czyli mamy do czynienia z funkcją rosnącą $(4 > 1)$, nie zmieniamy kierunku nierówności:

Zadanie 1.156

(d) Chcemy roziązać $\log_4 |x-7| \geqslant 0$.

Najpierw dziedzina: $x \in \mathbb{R} - \{7\}$.

W podstawie logarytmu mamy 4, czyli mamy do czynienia z funkcją rosnącą $(4 > 1)$, nie zmieniamy kierunku nierówności:

$$|x-7| \geqslant 4^0$$

Zadanie 1.156

(d) Chcemy roziązać $\log_4 |x-7| \geqslant 0$.

Najpierw dziedzina: $x \in \mathbb{R} - \{7\}$.

W podstawie logarytmu mamy 4, czyli mamy do czynienia z funkcją rosnącą $(4 > 1)$, nie zmieniamy kierunku nierówności:

$$|x-7| \geqslant 4^0$$

czyli:

$$|x-7| \geqslant 1$$

Zadanie 1.156

(d) Chcemy roziązać $\log_4 |x-7| \geqslant 0$.

Najpierw dziedzina: $x \in \mathbb{R} - \{7\}$.

W podstawie logarytmu mamy 4, czyli mamy do czynienia z funkcją rosnącą ($4 > 1$), nie zmieniamy kierunku nierówności:

$$|x-7| \geqslant 4^0$$

czyli:

$$|x-7| \geqslant 1$$

Stąd $x \in (-\infty, 6\rangle \cup \langle 8, \infty$ i to jest nasza ostateczna odpowiedź, dziedzina nic nie zmienia tutaj.

Zadanie 1.156

(e) Chcemy roziązać $\log_{\frac{3}{4}} |x - 1| > 1$.

Zadanie 1.156

(e) Chcemy roziązać $\log_{\frac{3}{4}} |x-1| > 1$.

Najpierw dziedzina: $x \in \mathbb{R} - \{1\}$.

Zadanie 1.156

(e) Chcemy roziązać $\log_{\frac{3}{4}} |x-1| > 1$.

Najpierw dziedzina: $x \in \mathbb{R} - \{1\}$.

W podstawie logarytmu mamy $\frac{3}{4}$, czyli mamy do czynienia z funkcją malejącą ($\frac{3}{4} < 1$), zmieniamy kierunek nierówności:

Zadanie 1.156

(e) Chcemy roziązać $\log_{\frac{3}{4}} |x-1| > 1$.

Najpierw dziedzina: $x \in \mathbb{R} - \{1\}$.

W podstawie logarytmu mamy $\frac{3}{4}$, czyli mamy do czynienia z funkcją malejącą ($\frac{3}{4} < 1$), zmieniamy kierunek nierówności:

$$|x-1| < \left(\frac{3}{4}\right)^1$$

Zadanie 1.156

(e) Chcemy roziązać $\log_{\frac{3}{4}}|x-1| > 1$.

Najpierw dziedzina: $x \in \mathbb{R} - \{1\}$.

W podstawie logarytmu mamy $\frac{3}{4}$, czyli mamy do czynienia z funkcją malejącą ($\frac{3}{4} < 1$), zmieniamy kierunek nierówności:

$$|x-1| < \left(\frac{3}{4}\right)^1$$

czyli:

$$|x-1| < \frac{3}{4}$$

Zadanie 1.156

(e) Chcemy roziązać $\log_{\frac{3}{4}} |x-1| > 1$.

Najpierw dziedzina: $x \in \mathbb{R} - \{1\}$.

W podstawie logarytmu mamy $\frac{3}{4}$, czyli mamy do czynienia z funkcją malejącą ($\frac{3}{4} < 1$), zmieniamy kierunek nierówności:

$$|x-1| < \left(\frac{3}{4}\right)^1$$

czyli:

$$|x-1| < \frac{3}{4}$$

Stąd $x \in (\frac{1}{4}, 1\frac{3}{4})$,

Zadanie 1.156

(e) Chcemy roziązać $\log_{\frac{3}{4}} |x-1| > 1$.

Najpierw dziedzina: $x \in \mathbb{R} - \{1\}$.

W podstawie logarytmu mamy $\frac{3}{4}$, czyli mamy do czynienia z funkcją malejącą ($\frac{3}{4} < 1$), zmieniamy kierunek nierówności:

$$|x-1| < \left(\frac{3}{4}\right)^1$$

czyli:

$$|x-1| < \frac{3}{4}$$

Stąd $x \in (\frac{1}{4}, 1\frac{3}{4})$, uwzględniając dziedzinę mamy $x \in (\frac{1}{4}, 1) \cup (1, 1\frac{3}{4})$

Wejściówka

Na wejściówce będzie zadanie podobne do któregos z przykładów od 1.155 do 1.156. Proszę zrobić pozostałe przykłady.