

Trudniejsze przykłady z logarytmów

Przykład 1

Wiedząc, że $\log_3 20 = a$ i $\log_3 15 = b$, wyraż przy pomocy a i b $\log_3 240$.

Przykład 1

Wiedząc, że $\log_3 20 = a$ i $\log_3 15 = b$, wyraż przy pomocy a i b $\log_3 240$.

Musimy wyrazić 240 przy pomocy 20, 15 i 3. Rozkładamy wszystkie te liczby na czynniki pierwsze:

$$20 = 2^2 \times 5,$$

$$15 = 3 \times 5,$$

$$3 = 3,$$

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5.$$

Przykład 1

Wiedząc, że $\log_3 20 = a$ i $\log_3 15 = b$, wyraż przy pomocy a i b $\log_3 240$.

Musimy wyrazić 240 przy pomocy 20, 15 i 3. Rozkładamy wszystkie te liczby na czynniki pierwsze:

$$20 = 2^2 \times 5,$$

$$15 = 3 \times 5,$$

$$3 = 3,$$

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5.$$

By otrzymać 240 musimy mieć 2^4 . Potęgi dwójki uzyskamy tylko z 20, a więc możemy zacząć zapisywać $240 = 20^2 \times \dots$, ale teraz w zapisie mamy już dwie potęgi 5, a chcemy tylko jedną, więc jednej trzeba się pozbyć. Potęgą 5 występuje w 15, więc możemy zapisać $240 = 20^2 \times 15^{-1} \times \dots$. Liczymy teraz potęgę 3. Mamy ich (-1) , a chcemy mieć 1. Musimy więc pomnożyć jeszcze przez 3^2 .

Przykład 1

Ostatecznie:

$$240 = 20^2 \times 15^{-1} \times 3^2$$

Przykład 1

Ostatecznie:

$$240 = 20^2 \times 15^{-1} \times 3^2$$

Teraz zapisanie logarytmu jest już proste:

$$\log_3 240 = \log_3(20^2 \times 15^{-1} \times 3^2) = 2a - b + 2$$

Przykłady 2

Wiedząc, że $\log_5 18 = a$ i $\log_5 10 = b$, wyraż przy pomocy a i b $\log_5 1350$.

Przykłady 2

Wiedząc, że $\log_5 18 = a$ i $\log_5 10 = b$, wyraż przy pomocy a i b $\log_5 1350$.

Zapisujemy

$$18 = 2 \times 3^2,$$

$$10 = 2 \times 5,$$

$$5 = 5,$$

$$1350 = 2 \times 3^3 \times 5^2.$$

Przykłady 2

Wiedząc, że $\log_5 18 = a$ i $\log_5 10 = b$, wyraż przy pomocy a i b $\log_5 1350$.

Zapisujemy

$$18 = 2 \times 3^2,$$

$$10 = 2 \times 5,$$

$$5 = 5,$$

$$1350 = 2 \times 3^3 \times 5^2.$$

Zaczniemy od potęg 3, bo one występują tylko w 18. Musimy mieć 3^3 , więc zaczynamy zapisywać $1350 = 18^{\frac{3}{2}} \times \dots$. Dostajemy $2^{\frac{3}{2}}$, a chcemy mieć 2^1 , korzystamy z 10 i zapisujemy $1350 = 18^{\frac{3}{2}} \times 10^{-\frac{1}{2}} \times \dots$. Teraz 2 i 3 się zgadzają, ale mamy $5^{-\frac{1}{2}}$, a chcemy 5^2 . Wykorzystujemy $5^{\frac{5}{2}}$

Przykład 2

Ostatecznie:

$$1350 = 18^{\frac{3}{2}} \times 10^{-\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{5}{2}}$$

Przykład 2

Ostatecznie:

$$1350 = 18^{\frac{3}{2}} \times 10^{-\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{5}{2}}$$

Czyli

$$\log_5 1350 = \log_5(18^{\frac{3}{2}} \times 10^{-\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{5}{2}}) = \frac{3}{2}a - \frac{1}{2}b + \frac{5}{2}$$

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.