

## Zestaw D. Zadania otwarte

▶ odpowiedzi  
i modele  
– s. 176

**Zadanie 1.** (5 pkt)

Naszkicuj wykresy funkcji  $f(x) = 2^x$  i  $g(x) = |f(x-3) - 4|$ . Podaj wartość najmniejszą i wartość największą funkcji  $g$  w przedziale  $\langle 3; 6 \rangle$ .

**Zadanie 2.** (5 pkt)

Wyznacz liczbę rozwiązań równania  $\left| \frac{3^{x+1} - 1}{3^x} \right| = m$  w zależności od parametru  $m$ .

**Zadanie 3.** (4 pkt)

Liczby  $3^x + \frac{2}{9}$ ,  $3^x$ ,  $3^{x-1}$  są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Oblicz  $x$ .

**Zadanie 4.** (5 pkt)

Oblicz wartość funkcji  $f(x) = |2^{x-1} - 3|$  dla argumentu  $x_0 = \log_2 5 + \log_2 5 \cdot \log_5 2$ . Dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości większe od  $f(x_0)$ ?

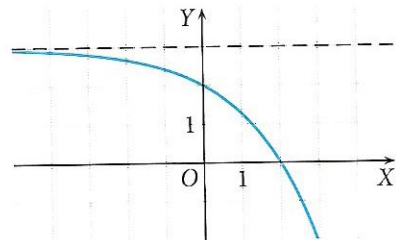
**Zadanie 5.** (4 pkt)

Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji:

$$f(x) = -a^x + 3$$

Wyznacz  $a$  i naszkicuj wykres funkcji:

$$g(x) = a^{|x-1|}$$

**Zadanie 6.** (3 pkt)

Naszkicuj wykres funkcji  $f(x) = \log_3(3x + 3)$ . Dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości mniejsze od 2?

**Zadanie 7.** (3 pkt) CKE

Niech  $m = \log_{21} 7$ . Wykaż, że  $\log_7 27 = \frac{3(1-m)}{m}$ .

**Zadanie 8.** (4 pkt)

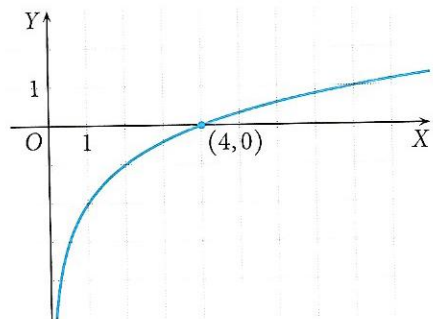
Uzasadnij nierówność  $\frac{1}{\log_3 4} + \log_8 4\sqrt{3} < 2$ .

**Zadanie 9.** (5 pkt)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji:

$$f(x) = a + \log_p x$$

- Wyznacz  $a$  i  $p$ .
- Naszkicuj wykres funkcji  $g(x) = |f(x+2)|$ .
- Dla jakich argumentów funkcja  $g$  przyjmuje wartości większe od 1?

**Zadanie 10.** (4 pkt)

Wyznacz dziedzinę oraz miejsca zerowe funkcji  $f(x) = \log_{0,4} \frac{x+3}{6-x}$ .

**Zadanie 11.** (4 pkt)

Liczby  $\log 2$ ,  $\log(x+2)$ ,  $\log(x+6)$  są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Oblicz  $x$ .

**Zadanie 12.** (5 pkt)

Zaznacz w układzie współrzędnych zbiór par  $(x, y)$  spełniających równanie  $\log_2 |y| = 2 - \log_2 x$ .

**Zadanie 13.** (3 pkt)

Rozwiąż równanie  $\log_2(3 - 2\log_9 x) = 1$ .

**Zadanie 14.** (4 pkt)

Wykaż, że jeśli  $8^x = 27$  i  $y = -\log_4 9$ , to  $2^{x-2y} = 27$ .

**Zadanie 15.** (4 pkt)

Dana jest funkcja  $f(x) = \log\left(\frac{1}{2}x^2 + (m+1)x - m - 1\right)$ . Dla jakich wartości parametru  $m$  dziedziną tej funkcji jest zbiór liczb rzeczywistych?

**Zadanie 16.** (4 pkt)

Wyznacz wartości parametru  $m$ , dla których funkcja  $f(x) = \log_{\frac{m+1}{m}} x$  jest malejąca.

**Zadanie 17.** (3 pkt)

Oblicz  $\log_{ab} 4$ , jeżeli  $\log_a 4 = 3$  oraz  $\log_b 4 = 8$ .

**Zadanie 18.** (3 pkt)

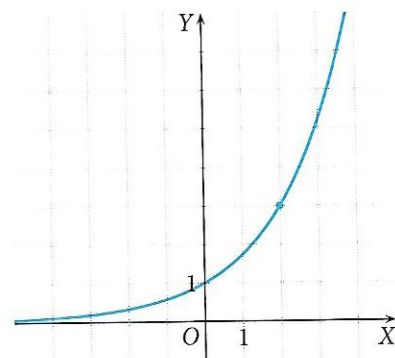
Wyznacz wartość parametru  $a$ , dla której równanie  $2x^2 + 2x - \log_2 a = 0$  ma dokładnie jedno rozwiązanie.

**Zadanie 19.** (4 pkt) CKE

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji wykładniczej  $f(x) = a^x$  dla  $x \in \mathbf{R}$ .

a) Oblicz  $a$ .

b) Narysuj wykres funkcji  $g(x) = |f(x) - 2|$  i podaj wszystkie wartości parametru  $m \in \mathbf{R}$ , dla których równanie  $g(x) = m$  ma dokładnie jedno rozwiązanie.

**Zadanie 20.** (5 pkt)

Wyznacz dziedzinę funkcji  $f(x) = \log_{(2x+6)} \frac{x-3}{x+2}$ .

**Zadanie 21.** (5 pkt) CKE

Wyznacz dziedzinę i najmniejszą wartość funkcji  $f(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}(8x - x^2)$ .