

Grupa A

Nr zadania	1	2	3	4	5	Suma
Liczba punktów						

Geometria analityczna

Praca klasowa nr 1

Zadanie 1. (6 pkt)

Dane jest przekształcenie P płaszczyzny dane wzorem:

$$P((x, y)) = (y + 2, -x - 1), \text{ gdzie } x, y \in \mathbf{R}.$$

- Wykaż, że przekształcenie P jest izometrią.
- Wyznacz równanie okręgu o_1 , który jest obrazem okręgu $o: x^2 + y^2 + 6x - 2y + 6 = 0$ w przekształceniu P .
- Oblicz pole czworokąta SS_1OA , gdzie S, S_1 są środkami okręgów odpowiednio o i o_1 , O jest początkiem układu współrzędnych, a punkt A ma współrzędne $A(0, -3)$.

Zadanie 2. (6 pkt)

Punkty $A(-3, -3)$, $B(2, 1)$ i $C(3, -5)$ są wierzchołkami trójkąta ABC .

- Oblicz cosinus największego kąta w tym trójkącie.
- Oblicz wysokość tego trójkąta poprowadzoną na bok AC .

Zadanie 3. (6 pkt)

Do wykresu funkcji $f(x) = x^2 - 8x + 2$ poprowadzono w punkcie P styczną, która jest prostopadła do prostej $l: 2x - 4y + 1 = 0$.

- Wyznacz równanie tej stycznej.
- Oblicz pole trójkąta ograniczonego przez tę styczną oraz obie osie układu współrzędnych.

Zadanie 4. (6 pkt)

Okrąg $o: x^2 + y^2 - 6\sqrt{2}x + 10 = 0$ jest opisany na sześciokącie foremnym $ABCDEF$.

- Wyznacz współrzędne wierzchołków sześciokąta, wiedząc, że odcięta punktu A jest równa $\sqrt{2}$.
- Oblicz pole figury $F = F_1 - F_2$, gdzie F_1 jest sześciokątem $ABCDEF$, zaś F_2 kołem wpisanym w ten sześciokąt.

Zadanie 5. (6 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru a ($a \in \mathbf{R}$), dla których wektory $\vec{u} = [a^2, 5a + 4]$ i $\vec{v} = [a - 1, -2]$ są prostopadłe. Dla najmniejszej wyznaczonej wartości parametru a napisz równanie prostej prostopadłej do wektora $\vec{v} - \vec{u}$ przechodzącej przez początek układu współrzędnych.