

# Równanie okręgu

# Wprowadzenie

Musimy umieć zapisać równanie okręgu o danym środku i promieniu.

# Wprowadzenie

Musimy umieć zapisać równanie okręgu o danym środku i promieniu.

Zacznijmy od przypomnienia definicji.

## Okrąg

Okrąg o promieniu  $r$  (gdzie  $r > 0$ ) i środku  $A$  to zbiór punktów odległych od punktu  $A$  o  $r$ .

## Przykład wprowadzający

Niech  $A(2, 1)$  oraz  $r = 3$ . Chcemy zapisać równanie okręgu o środku w  $A$  i promieniu  $r$ .

## Przykład wprowadzający

Niech  $A(2, 1)$  oraz  $r = 3$ . Chcemy zapisać równanie okręgu o środku w  $A$  i promieniu  $r$ .

Chcemy więc znaleźć równanie, które jest spełnione przez wszystkie i tylko te punkty, które są odległe od  $A$  o 3. Weźmy dowolny punkt  $B = (x, y)$ .

## Przykład wprowadzający

Niech  $A(2, 1)$  oraz  $r = 3$ . Chcemy zapisać równanie okręgu o środku w  $A$  i promieniu  $r$ .

Chcemy więc znaleźć równanie, które jest spełnione przez wszystkie i tylko te punkty, które są odległe od  $A$  o 3. Weźmy dowolny punkt  $B = (x, y)$ .

Zapiszmy wektor  $\overrightarrow{AB} = [x - 2, y - 1]$ .

## Przykład wprowadzający

Niech  $A(2, 1)$  oraz  $r = 3$ . Chcemy zapisać równanie okręgu o środku w  $A$  i promieniu  $r$ .

Chcemy więc znaleźć równanie, które jest spełnione przez wszystkie i tylko te punkty, które są odległe od  $A$  o 3. Weźmy dowolny punkt  $B = (x, y)$ . Zapiszmy wektor  $\overrightarrow{AB} = [x - 2, y - 1]$ . Chcemy, by długość tego wektora wynosiła 3, czyli

$$\sqrt{(x - 2)^2 + (y - 1)^2} = 3$$

Obie strony są nieujemne, więc podnosimy do kwadratu i otrzymujemy:

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$$

# Równanie okręgu

Oczywiście zamiast pracować na liczbach mogliśmy pracować na literach, otrzymalibyśmy wtedy następujący wzór:

## Równanie okręgu

Okrąg o środku w punkcie  $S(x_s, y_s)$  i promieniu  $r$  ( $r > 0$ ) dany jest równaniem:

$$(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 = r^2$$



# Równanie okręgu

Oczywiście zamiast pracować na liczbach mogliśmy pracować na literach, otrzymalibyśmy wtedy następujący wzór:

## Równanie okręgu

Okrąg o środku w punkcie  $S(x_s, y_s)$  i promieniu  $r$  ( $r > 0$ ) dany jest równaniem:

$$(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 = r^2$$

Tak zapisane równanie nazywamy **równaniem kanonicznym**.

## Przykłady

Zapisz równanie kanoniczne okręgu mając dane współrzędne środka oraz promień:

a)  $S(3, 5)$ ,  $r = 2$ ,

## Przykłady

Zapisz równanie kanoniczne okręgu mając dane współrzędne środka oraz promień:

a)  $S(3, 5)$ ,  $r = 2$ ,  
 $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$ ,

## Przykłady

Zapisz równanie kanoniczne okręgu mając dane współrzędne środka oraz promień:

a)  $S(3, 5)$ ,  $r = 2$ ,  
$$(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4,$$

b)  $S(-1, 2)$ ,  $r = \sqrt{2}$ ,

## Przykłady

Zapisz równanie kanoniczne okręgu mając dane współrzędne środka oraz promień:

a)  $S(3, 5)$ ,  $r = 2$ ,  
$$(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4,$$

b)  $S(-1, 2)$ ,  $r = \sqrt{2}$ ,  
$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 2,$$

## Przykłady

Zapisz równanie kanoniczne okręgu mając dane współrzędne środka oraz promień:

a)  $S(3, 5)$ ,  $r = 2$ ,  
 $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$ ,

b)  $S(-1, 2)$ ,  $r = \sqrt{2}$ ,  
 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$ ,

c)  $S(2, -3)$ ,  $r = \frac{1}{2}$ ,

## Przykłady

Zapisz równanie kanoniczne okręgu mając dane współrzędne środka oraz promień:

a)  $S(3, 5)$ ,  $r = 2$ ,  
$$(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4,$$

b)  $S(-1, 2)$ ,  $r = \sqrt{2}$ ,  
$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 2,$$

c)  $S(2, -3)$ ,  $r = \frac{1}{2}$ ,  
$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = \frac{1}{4},$$

## Przykłady

Zapisz równanie kanoniczne okręgu mając dane współrzędne środka oraz promień:

a)  $S(3, 5)$ ,  $r = 2$ ,  
 $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$ ,

b)  $S(-1, 2)$ ,  $r = \sqrt{2}$ ,  
 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$ ,

c)  $S(2, -3)$ ,  $r = \frac{1}{2}$ ,  
 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = \frac{1}{4}$ ,

d)  $S(-5, 0)$ ,  $r = 1$ ,



## Przykłady

Zapisz równanie kanoniczne okręgu mając dane współrzędne środka oraz promień:

a)  $S(3, 5)$ ,  $r = 2$ ,  
 $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$ ,

b)  $S(-1, 2)$ ,  $r = \sqrt{2}$ ,  
 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$ ,

c)  $S(2, -3)$ ,  $r = \frac{1}{2}$ ,  
 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = \frac{1}{4}$ ,

d)  $S(-5, 0)$ ,  $r = 1$ ,  
 $(x + 5)^2 + y^2 = 1$ ,

## Przykłady

Zapisz równanie kanoniczne okręgu mając dane współrzędne środka oraz promień:

a)  $S(3, 5)$ ,  $r = 2$ ,  
 $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$ ,

b)  $S(-1, 2)$ ,  $r = \sqrt{2}$ ,  
 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$ ,

c)  $S(2, -3)$ ,  $r = \frac{1}{2}$ ,  
 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = \frac{1}{4}$ ,

d)  $S(-5, 0)$ ,  $r = 1$ ,  
 $(x + 5)^2 + y^2 = 1$ ,

## Przykłady

Odczytaj współrzędne środka oraz promień okręgu z podanego równania:

a)  $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 3,$

## Przykłady

Odczytaj współrzędne środka oraz promień okręgu z podanego równania:

a)  $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 3,$   
 $S(-4, 2), r = \sqrt{3},$

## Przykłady

Odczytaj współrzędne środka oraz promień okręgu z podanego równania:

a)  $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 3,$   
 $S(-4, 2), r = \sqrt{3},$

b)  $x^2 + y^2 = 1,$

## Przykłady

Odczytaj współrzędne środka oraz promień okręgu z podanego równania:

a)  $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 3,$   
 $S(-4, 2), r = \sqrt{3},$

b)  $x^2 + y^2 = 1,$   
 $S(0, 0), r = 1,$

# Przykłady

Odczytaj współrzędne środka oraz promień okręgu z podanego równania:

a)  $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 3,$   
 $S(-4, 2), r = \sqrt{3},$

b)  $x^2 + y^2 = 1,$   
 $S(0, 0), r = 1,$

a)  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = \frac{1}{2},$

# Przykłady

Odczytaj współrzędne środka oraz promień okręgu z podanego równania:

a)  $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 3,$   
 $S(-4, 2), r = \sqrt{3},$

b)  $x^2 + y^2 = 1,$   
 $S(0, 0), r = 1,$

a)  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = \frac{1}{2},$   
 $S(-1, -2), r = \frac{\sqrt{2}}{2},$



## Przykłady

Odczytaj współrzędne środka oraz promień okręgu z podanego równania:

a)  $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 3,$   
 $S(-4, 2), r = \sqrt{3},$

b)  $x^2 + y^2 = 1,$   
 $S(0, 0), r = 1,$

a)  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = \frac{1}{2},$   
 $S(-1, -2), r = \frac{\sqrt{2}}{2},$

a)  $x^2 + (y + 6)^2 = 25,$

## Przykłady

Odczytaj współrzędne środka oraz promień okręgu z podanego równania:

a)  $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 3,$   
 $S(-4, 2), r = \sqrt{3},$

b)  $x^2 + y^2 = 1,$   
 $S(0, 0), r = 1,$

a)  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = \frac{1}{2},$   
 $S(-1, -2), r = \frac{\sqrt{2}}{2},$

a)  $x^2 + (y + 6)^2 = 25,$   
 $S(0, -6), r = 5,$

Przed jutrzejszymi zajęciami proszę zrobić (to nie więcej niż 5 minut) zadania 3.104 i 3.105.