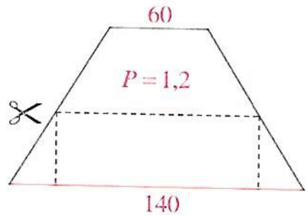
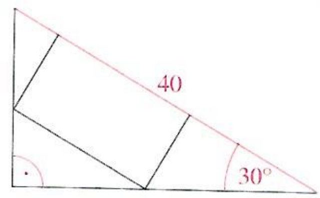
535.

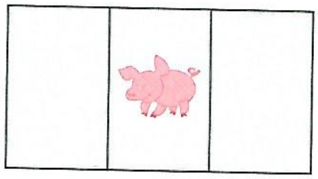


Z kawałka blachy w kształcie trapezu równoramiennego o polu 1,2 m^2 i podstawach długości 60 cm i 140 cm należy wyciąć (w sposób pokazany na rysunku) prostokątny fragment o maksymalnym polu. Jakie wymiary będzie miał wycięty prostokąt?

536. R W trójkąt prostokątny o kącie ostrym 30° i przeciwprostokątnej długości 40 cm wpisujemy prostokąty w ten sposób, że jeden bok każdego z tych prostokątów zawiera się w przeciwprostokątnej trójkąta. Zbadaj, który z tych prostokątów ma największe pole.



537.



W punkcie skupu trzody chlewnej należy zbudować ogrodzenie ograniczające trzy jednakowe prostokątne boksy (zobacz rysunek) o powierzchni 24 m^2 każdy. Jakie powinny być wymiary każdego boksu, jeżeli właściciel skupu chce, aby łączna długość ogrodzenia boksów była najmniejsza?

538. **(0 – 4)** Suma długości dwóch boków trójkąta równa się 4, a kąt między tymi bokami ma miarę 120°. Oblicz najmniejszą wartość sumy kwadratów długości wszystkich boków tego trójkąta.

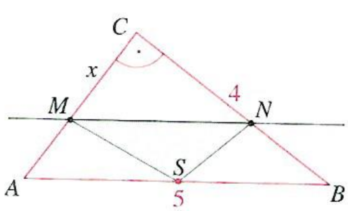
CKE, matura – poziom rozszerzony, czerwiec 2013

539. Przygotowując książkę do druku przyjęto, że na każdej stronie tekst ma zajmować powierzchnię 150 cm^2, marginesy dolny i górny mają być równe po 3 cm, a prawy i lewy po 2 cm. Oblicz, jakie powinny być wymiary strony, aby na druk tej książki zużyć jak najmniej papieru.

540. **(0 – 5)** Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku równym 2. Na bokach BC i CD wybrano odpowiednio punkty E i F, różne od wierzchołków kwadratu, takie że $|CE| = |DF| = x$. Oblicz wartość x, dla której pole trójkąta AEF jest najmniejsze i oblicz to pole.

CKE, matura – poziom rozszerzony, czerwiec 2011

541.*

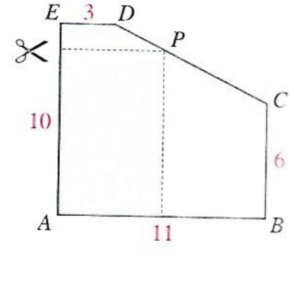


Przeciwprostokątna AB trójkąta prostokątnego ABC ma długość 5, a przyprostokątna BC długość 4. Prosta l, równoległa do boku AB, przecina boki AC i BC odpowiednio w punktach M i N. Niech S oznacza środek odcinka AB oraz $|MC| = x$.

a) Pole $P(x)$ trójkąta MNS jest funkcją zmiennej x. Znajdź wzór tej funkcji.

b) Zbadaj, jaką największą wartość może przyjmować pole trójkąta MNS.

542.* Z kawałka blachy należy wyciąć prostokąt o największym polu, w taki sposób, jak zostało to pokazane na rysunku (wierzchołek P prostokąta ma należeć do krawędzi CD). Wymiary blachy podane są w dm. Znajdź wymiary tego prostokąta.



543. **(0 – 7)** Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne, w których krótsza podstawa ma długość 5 i każde z ramion też ma długość 5. Oblicz długość dłuższej podstawy tego z rozpatrywanych trapezów, który ma największe pole. Oblicz to pole.
CKE, „Informator o egzaminie maturalnym z matematyki od roku szkolnego 2014/2015"

544.* W zbiorze trójkątów prostokątnych o obwodzie 20 cm znajdź ten, którego pole jest największe.

545.* Wśród wszystkich czworokątów wypukłych, których suma długości przekątnych równa jest d, wyznaczyć te, które mają największe pole.
Egzamin wstępny na UW (Wydział MIM) w roku 1983

GEOMETRIA ANALITYCZNA

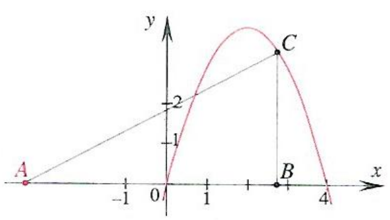
546. Dane są punkty $A = (1, 2)$ i $B = (7, 6)$. Na osi OX znajdź taki punkt C, aby suma kwadratów długości odcinków AC i BC była najmniejsza.

547. **(0 – 4)** Na płaszczyźnie dane są punkty $A = (3, -2)$ i $B = (11, 4)$. Na prostej o równaniu $y = 8x + 10$ znajdź punkt P, dla którego suma $|AP|^2 + |BP|^2$ jest najmniejsza.
CKE, matura – poziom rozszerzony, czerwiec 2012

548. R Na prostej o równaniu $x + 5y - 20 = 0$ znajdź taki punkt P o dodatnich współrzędnych, że iloczyn odległości punktu P od osi układu współrzędnych jest największy z możliwych.

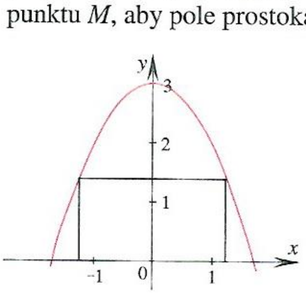
549. **(0 – 6)** W układzie współrzędnych rozważmy wszystkie punkty P postaci: $P = \left(\frac{1}{2}m + \frac{5}{2},\ m\right)$, gdzie $m \in \langle -1; 7\rangle$. Oblicz najmniejszą i największą wartość $|PQ|^2$, gdzie $Q = \left(\frac{55}{2},\ 0\right)$.
CKE, matura – poziom rozszerzony, maj 2012

550. Dana jest rodzina trójkątów ABC spełniających warunki: $A = (-3\frac{1}{2}; 0)$, $B = (a, 0)$, gdzie $a \in (0; 4)$, wierzchołek C należy do paraboli o równaniu $y = 4x - x^2$ oraz $|\angle ABC| = 90°$. Wyznacz współrzędne punktu C, dla którego pole trójkąta ABC jest największe.



551. Prosta k o równaniu $y = 0{,}5x + 4$ przecina osie układu współrzędnych w punktach A i B. W trójkąt AOB, gdzie O jest początkiem układu współrzędnych wpisano prostokąt $MNOP$, którego dwa boki zawarte są w przyprostokątnych trójkąta AOB, a wierzchołek M należy do prostej k. Wyznacz współrzędne takiego punktu M, aby pole prostokąta $MNOP$ było możliwie największe. Oblicz to pole.

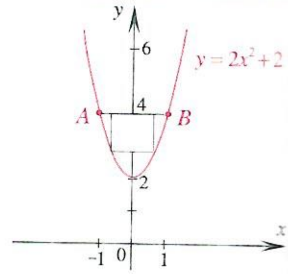
552. R



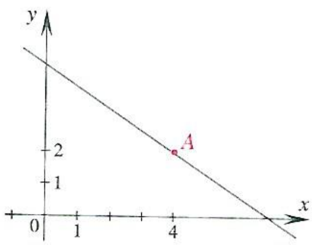
Wyznacz największą wartość obwodu prostokąta, którego dwa wierzchołki leżą na paraboli o równaniu $y = 3 - x^2$, a dwa pozostałe na odcinku, którego końcami są punkty przecięcia danej paraboli i prostej o równaniu $y = 0$.

553. (0 – 7) Rozważamy wszystkie prostokąty, których dwa wierzchołki leżą na odcinku AB, gdzie $A = (-1, 4)$ i $B = (1, 4)$, a pozostałe dwa na paraboli o równaniu $y = 2x^2 + 2$ (zobacz rysunek). Wyznacz wymiary tego z prostokątów, który ma największe pole. Oblicz to pole.

CKE, „Informator o egzaminie maturalnym z matematyki od roku szkolnego 2014/2015”



554.



Prosta o równaniu $y = ax + b$ przechodzi przez punkt $A = (4, 2)$ i tworzy z dodatnimi półosiami układu współrzędnych trójkąt T.

a) Wyraź pole trójkąta T jako funkcję zmiennej a i określ jej dziedzinę.

b) Wyznacz równanie tej prostej, dla której pole trójkąta T jest najmniejsze.

555. Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkt $A = (-2, -1)$ i przecinającej ujemne półosie układu współrzędnych w takich punktach, których suma odległości od początku układu współrzędnych jest najmniejsza.

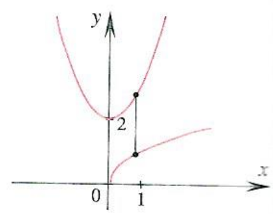
556. Na paraboli $y = 1 - x^2$ znajdź punkt P leżący najbliżej prostej $x + y - 2 = 0$. Napisz równanie stycznej do tej paraboli w punkcie P.

557. Dany jest wykres funkcji kwadratowej $f(x) = x^2$ oraz punkt $A = (3; 0)$. Znajdź punkt na wykresie funkcji f leżący najbliżej punktu A.

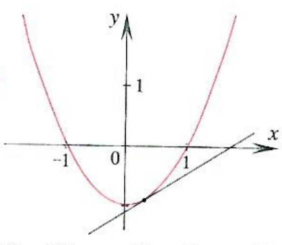
CKE, „Zbiór zadań maturalnych z matematyki”, Warszawa 2012

558.* Rozpatrujemy odcinki równoległe do osi Oy, których jeden koniec leży na wykresie funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = x^2 + 2$, a drugi koniec leży na wykresie funkcji g określonej wzorem $g(x) = \sqrt{x}$ dla $x \geq 0$. Oblicz długość najkrótszego takiego odcinka.

CKE, „Zbiór zadań maturalnych z matematyki”, Warszawa 2012



559.* **W**



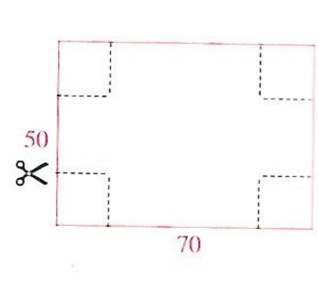
W jakim punkcie paraboli o równaniu $y = x^2 - 1$ należy poprowadzić styczną, aby trójkąt ograniczony tą styczną i osiami układu współrzędnych miał najmniejsze pole?

560.* Znajdź współrzędne takiego punktu A leżącego na paraboli o równaniu $y = -x^2 + 4x$, aby styczna do tej paraboli poprowadzona z punktu A wraz z prostymi o równaniach $x = 0$, $x = 2$ i $y = 0$ wyznaczały trapez o możliwie najmniejszym polu.

STEREOMETRIA

graniastosłupy

561. Z prostokątnego arkusza kartonu o wymiarach 50 cm na 70 cm wycinamy w narożach cztery jednakowe kwadraty. Z pozostałej części kartonu sklejamy otwarte prostopadłościenne pudełko. Wyznacz wymiary pudełka tak, aby pole jego powierzchni bocznej było największe.



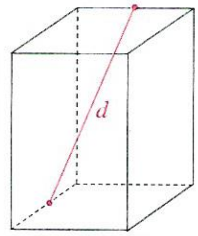
562. **(0 – 4)** Wśród wszystkich graniastosłupów prawidłowych sześciokątnych, w których suma długości wszystkich krawędzi jest równa 24, jest taki, który ma największe pole powierzchni bocznej. Oblicz długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa.
CKE, matura – poziom rozszerzony, maj 2011

563. R Długość przekątnej prostopadłościanu jest równa $5\sqrt{3}$. Stosunek długości krawędzi podstawy jest równy $1:3$. Wyznacz wymiary prostopadłościanu wiedząc, że jego objętość jest największa z możliwych.
Egzamin dojrzałości (LO – profil podstawowy) w woj. lubelskim w roku 1989

564. Objętość graniastosłupa prawidłowego trójkątnego wynosi $16\sqrt{3}$. Zbadaj, jakie powinny być wymiary tego graniastosłupa, aby suma długości wszystkich jego krawędzi była najmniejsza.

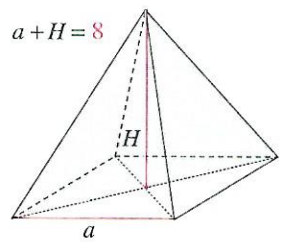
565. Wśród wszystkich graniastosłupów prawidłowych trójkątnych o objętości równej 2 m^3 istnieje taki, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze. Wyznacz długości krawędzi tego graniastosłupa.
CKE, matura – poziom rozszerzony, maj 2006

566. Odcinek łączący środki dwóch skośnych krawędzi podstaw graniastosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość *d*. Jaką wysokość powinien mieć ten graniastosłup, aby pole jego powierzchni bocznej było maksymalne?
Egzamin dojrzałości (LO – profil podstawowy) w woj. opolskim w roku 1992



ostrosłupy

567. Rozważmy te ostrosłupy prawidłowe czworokątne, w których suma długości wysokości i krawędzi podstawy jest równa 8 cm. Spośród tych ostrosłupów wybrano taki, że pole trójkąta, którego bokami są dwie krawędzie boczne i przekątna podstawy ostrosłupa, jest największe.
a) Znajdź długość krawędzi podstawy i wysokość tego ostrosłupa.
b) Oblicz objętość tego ostrosłupa.



568. Suma długości wszystkich krawędzi podstawy i wysokości ostrosłupa prawidłowego trójkątnego wynosi 18 cm. Zbadaj, jaką wysokość powinien mieć ten ostrosłup, aby jego objętość była największa. Oblicz tę objętość.

569. **(0 – 7)** Rozpatrujemy wszystkie ostrosłupy prawidłowe trójkątne, w których suma promienia okręgu opisanego na podstawie ostrosłupa i wysokości tego ostrosłupa jest równa 24. Wyznacz promień okręgu opisanego na podstawie tego z ostrosłupów, który ma największą objętość. Oblicz tę objętość.
CKE, „Informator o egzaminie maturalnym z matematyki od roku szkolnego 2014/2015”

bryły obrotowe

570. Oblicz objętość tego walca o obwodzie przekroju osiowego równym 60 cm, którego pole powierzchni bocznej powiększone o pole jednej podstawy jest największe.