Rozwiązania zadań z optymalizacji

Na sprawdzianie (**i na maturze**) w zadaniach z optymalizacji proszę wszystko dokładnie opisywać.

Na sprawdzianie (**i na maturze**) w zadaniach z optymalizacji proszę wszystko dokładnie opisywać. Pamiętajcie o dziedzinie.

Na sprawdzianie (**i na maturze**) w zadaniach z optymalizacji proszę wszystko dokładnie opisywać. Pamiętajcie o dziedzinie. Dokładnie uzasadniajcie, że dana wartość to maksimum/minimum (badając znak pochodnej).

Na sprawdzianie (**i na maturze**) w zadaniach z optymalizacji proszę wszystko dokładnie opisywać. Pamiętajcie o dziedzinie. Dokładnie uzasadniajcie, że dana wartość to maksimum/minimum (badając znak pochodnej). Przy wprowadzaniu funkcji pomocniczej napiszcie, dlaczego to robicie.

Zadanie 1

Wśród wszystkich graniastosłupów prawidłowych trójkątnych o objętości równej 2 m^3 istnieje taki, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze. Wyznacz długości krawędzi tego graniastosłupa.

Zadanie 1

Zaczniemy od rysunku i wprowadzimy odpowiednie oznaczenia.

Zadanie 1

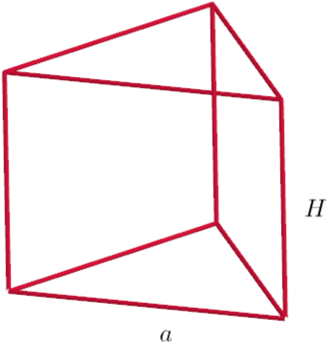
Zaczniemy od rysunku i wprowadzimy odpowiednie oznaczenia.
Graniastosłup prawidłowy - to znaczy w podstawie wielokąt foremny.
Prawidłowy trójkątny - w podstawie trójkąt równoboczny.

Zadanie 1

Zaczniemy od rysunku i wprowadzimy odpowiednie oznaczenia. Graniastosłup prawidłowy - to znaczy w podstawie wielokąt foremny. Prawidłowy trójkątny - w podstawie trójkąt równoboczny. Przyjmijmy, że długość boku podstawy to a, natomiast wysokość graniastosłupa to H.

Zadanie 1

Zaczniemy od rysunku i wprowadzimy odpowiednie oznaczenia. Graniastosłup prawidłowy - to znaczy w podstawie wielokąt foremny. Prawidłowy trójkątny - w podstawie trójkąt równoboczny. Przyjmijmy, że długość boku podstawy to a, natomiast wysokość graniastosłupa to H.



Zadanie 1

Objętość tego graniastosłupa to:

$$V = P_p \times H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \times H$$

Zadanie 1

Objętość tego graniastosłupa to:

$$V = P_p \times H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \times H$$

Natomiast pole powierzchni całkowitej to 2 razy pole podstawy i 3 ściany boczne:

$$P_C = 2 \times P_P + P_B = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + 3aH$$

Zadanie 1

Objętość tego graniastosłupa to:

$$V = P_p \times H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \times H$$

Natomiast pole powierzchni całkowitej to 2 razy pole podstawy i 3 ściany boczne:

$$P_C = 2 \times P_P + P_B = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + 3aH$$

Teraz naszym celem jest wyznaczenie P_C jako funkcji jednej zmiennej (najlepiej a).

Zadanie 1

Ze wzoru na objętość wyznaczamy H (wiemy, że objętość wynosi $2m^3$):

Zadanie 1

Ze wzoru na objętość wyznaczamy H (wiemy, że objętość wynosi $2m^3$):

$$H = \frac{8}{a^2\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3a^2}$$

Zadanie 1

Ze wzoru na objętość wyznaczamy H (wiemy, że objętość wynosi $2m^3$):

$$H = \frac{8}{a^2\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3a^2}$$

To daje wzór na pole powierzchni całkowitej:

Zadanie 1

Ze wzoru na objętość wyznaczamy H (wiemy, że objętość wynosi $2m^3$):

$$H = \frac{8}{a^2\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3a^2}$$

To daje wzór na pole powierzchni całkowitej:

$$P_C(a) = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + \frac{8\sqrt{3}}{a}$$

Zadanie 1

Ze wzoru na objętość wyznaczamy H (wiemy, że objętość wynosi $2m^3$):

$$H = \frac{8}{a^2\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3a^2}$$

To daje wzór na pole powierzchni całkowitej:

$$P_C(a) = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + \frac{8\sqrt{3}}{a}$$

Musimy jeszcze ustalić dziedzinę.

Zadanie 1

Ze wzoru na objętość wyznaczamy H (wiemy, że objętość wynosi $2m^3$):

$$H = \frac{8}{a^2\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3a^2}$$

To daje wzór na pole powierzchni całkowitej:

$$P_C(a) = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + \frac{8\sqrt{3}}{a}$$

Musimy jeszcze ustalić dziedzinę.

Musimy mieć $a > 0$ i $H > 0$, ostatecznie dziedziną jest $a \in (0, \infty)$.

Zadanie 1

Będziemy szukali minimum funkcji

$$P_C(a) = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + \frac{8\sqrt{3}}{a}$$

dla $a \in (0, \infty)$.

Zadanie 1

Obliczamy pochodną:

$$P'_C(a) = a\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{3}}{a^2}$$

Zadanie 1

Obliczamy pochodną:

$$P'_C(a) = a\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{3}}{a^2}$$

Teraz chcemy znaleźć jej miejsca zerowe i ustalić znak.

Zadanie 1

Obliczamy pochodną:

$$P'_C(a) = a\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{3}}{a^2}$$

Teraz chcemy znaleźć jej miejsca zerowe i ustalić znak. W tym celu można zapisać:

$$P'_C(a) = a\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{3}}{a^2} = \frac{\sqrt{3}}{a^2}(a^3 - 8)$$

Zadanie 1

Obliczamy pochodną:

$$P'_C(a) = a\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{3}}{a^2}$$

Teraz chcemy znaleźć jej miejsca zerowe i ustalić znak. W tym celu można zapisać:

$$P'_C(a) = a\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{3}}{a^2} = \frac{\sqrt{3}}{a^2}(a^3 - 8)$$

Teraz mamy $P'_C(a) = 0$ dla $a = 2$.

Zadanie 1

Ustalmy znak pochodnej.

Zadanie 1

Ustalmy znak pochodnej. Pamiętajmy o dziedzinie. Wystarczy ustalić znak tylko dla $a \in (0, \infty)$.

Zadanie 1

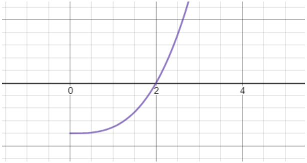
Ustalmy znak pochodnej. Pamiętajmy o dziedzinie. Wystarczy ustalić znak tylko dla $a \in (0, \infty)$.

Wyrażenie $\frac{\sqrt{3}}{a^2}$ będzie zawsze dodatnie, więc znak pochodnej zależy od $a^3 - 8$.

Zadanie 1

Ustalmy znak pochodnej. Pamiętajmy o dziedzinie. Wystarczy ustalić znak tylko dla $a \in (0, \infty)$.

Wyrażenie $\frac{\sqrt{3}}{a^2}$ będzie zawsze dodatnie, więc znak pochodnej zależy od $a^3 - 8$. Pomocniczy wykres:

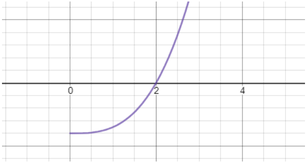


Czyli dla $a \in (0, 2)$ pochodna ujemna, funkcja malejąca,

Zadanie 1

Ustalmy znak pochodnej. Pamiętajmy o dziedzinie. Wystarczy ustalić znak tylko dla $a \in (0, \infty)$.

Wyrażenie $\frac{\sqrt{3}}{a^2}$ będzie zawsze dodatnie, więc znak pochodnej zależy od $a^3 - 8$. Pomocniczy wykres:

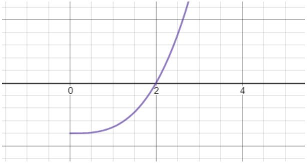


Czyli dla $a \in (0, 2)$ pochodna ujemna, funkcja malejąca, dla $a \in (2, \infty)$ pochodna dodatnia, funkcja rosnąca.

Zadanie 1

Ustalmy znak pochodnej. Pamiętajmy o dziedzinie. Wystarczy ustalić znak tylko dla $a \in (0, \infty)$.

Wyrażenie $\frac{\sqrt{3}}{a^2}$ będzie zawsze dodatnie, więc znak pochodnej zależy od $a^3 - 8$. Pomocniczy wykres:

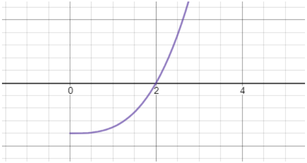


Czyli dla $a \in (0, 2)$ pochodna ujemna, funkcja malejąca, dla $a \in (2, \infty)$ pochodna dodatnia, funkcja rosnąca. Oznacza to, że dla $a = 2$ mamy minimum.

Zadanie 1

Ustalmy znak pochodnej. Pamiętajmy o dziedzinie. Wystarczy ustalić znak tylko dla $a \in (0, \infty)$.

Wyrażenie $\frac{\sqrt{3}}{a^2}$ będzie zawsze dodatnie, więc znak pochodnej zależy od $a^3 - 8$. Pomocniczy wykres:



Czyli dla $a \in (0, 2)$ pochodna ujemna, funkcja malejąca, dla $a \in (2, \infty)$ pochodna dodatnia, funkcja rosnąca. Oznacza to, że dla $a = 2$ mamy minimum. Będzie to minimum globalne.

Zadanie 1

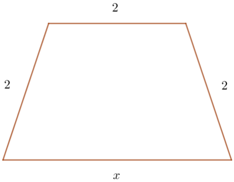
Ostatecznie otrzymujemy, że dla minimalnego pola powierzchni całkowitej krawędzie podstawy będą miały długość $2m$ (przypomnijmy tu sobie o jednostkach), natomiast wysokość będzie miała długość $H = \frac{8\sqrt{3}}{3\times 2^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}m$

Zadanie 2

Rozważamy trapezy równoramienne, których krótsza podstawa i ramiona mają długości po 2 *cm*. Oblicz, jaką długość będzie miała dłuższa podstawa trapezu o największym polu. Oblicz to pole.

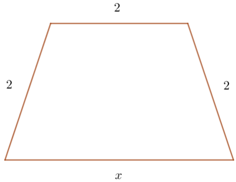
Zadanie 2

Znów zaczniemy od rysunku i oznaczeń:

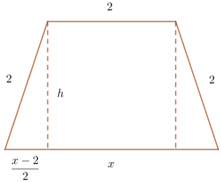


Zadanie 2

Znów zaczniemy od rysunku i oznaczeń:



Dosrysujemy jeszcze wysokości i obliczymy długości odpowiednich odcinków.



Zadanie 2

Teraz widzimy, że być może lepiej było wprowadzić inne oznaczenia, np. przez x oznaczyć krótki odcinek, a całą podstawę $2 + 2x$.

Zadanie 2

Teraz widzimy, że być może lepiej było wprowadzić inne oznaczenia, np. przez x oznaczyć krótki odcinek, a całą podstawę $2 + 2x$. Spróbujemy jednak rozwiązać przy tych oznaczeniach.

Zadanie 2

Teraz widzimy, że być może lepiej było wprowadzić inne oznaczenia, np. przez x oznaczyć krótki odcinek, a całą podstawę $2 + 2x$. Spróbujemy jednak rozwiązać przy tych oznaczeniach.

Chcemy optymalizować pole:

$$P = \frac{(x + 2) \times h}{2}$$

Zadanie 2

Teraz widzimy, że być może lepiej było wprowadzić inne oznaczenia, np. przez x oznaczyć krótki odcinek, a całą podstawę $2+2x$. Spróbujemy jednak rozwiązać przy tych oznaczeniach.

Chcemy optymalizować pole:

$$P = \frac{(x+2) \times h}{2}$$

Musimy więc wyznaczyć h przy pomocy x.

Zadanie 2

Teraz widzimy, że być może lepiej było wprowadzić inne oznaczenia, np. przez x oznaczyć krótki odcinek, a całą podstawę $2 + 2x$. Spróbujemy jednak rozwiązać przy tych oznaczeniach.

Chcemy optymalizować pole:

$$P = \frac{(x+2) \times h}{2}$$

Musimy więc wyznaczyć h przy pomocy x. Oczywiście skorzystamy z tw. Pitagorasa.

Zadanie 2

Teraz widzimy, że być może lepiej było wprowadzić inne oznaczenia, np. przez x oznaczyć krótki odcinek, a całą podstawę $2+2x$. Spróbujemy jednak rozwiązać przy tych oznaczeniach.

Chcemy optymalizować pole:

$$P = \frac{(x+2)\times h}{2}$$

Musimy więc wyznaczyć h przy pomocy x. Oczywiście skorzystamy z tw. Pitagorasa.

$$h = \sqrt{2^2 - \left(\frac{x-2}{2}\right)^2} = \sqrt{4 - \frac{x^2-4x+4}{4}} = \sqrt{\frac{-x^2+4x+12}{4}}$$

Zadanie 2

Ostatecznie mamy:

$$h = \frac{1}{2}\sqrt{-x^2 + 4x + 12}$$

Zadanie 2

Ostatecznie mamy:

$$h = \frac{1}{2}\sqrt{-x^2 + 4x + 12}$$

Czyli:

$$P(x) = \frac{(x+2) \times \sqrt{-x^2 + 4x + 12}}{4}$$

Zadanie 2

Ostatecznie mamy:

$$h = \frac{1}{2}\sqrt{-x^2 + 4x + 12}$$

Czyli:

$$P(x) = \frac{(x+2) \times \sqrt{-x^2 + 4x + 12}}{4}$$

Musimy jeszcze ustalić dziedzinę. x ma być dłuższą podstawą, więc $x > 2$. Wysokość musi być większa od 0, musimy mieć $-x^2 + 4x + 12 > 0$, co daje $x \in (-2, 6)$.

Zadanie 2

Ostatecznie mamy:

$$h = \frac{1}{2}\sqrt{-x^2 + 4x + 12}$$

Czyli:

$$P(x) = \frac{(x+2) \times \sqrt{-x^2 + 4x + 12}}{4}$$

Musimy jeszcze ustalić dziedzinę. x ma być dłuższą podstawą, więc $x > 2$. Wysokość musi być większa od 0, musimy mieć $-x^2 + 4x + 12 > 0$, co daje $x \in (-2, 6)$. Ostatecznie dziedziną jest $x \in (2, 6)$.

Zadanie 2

Ostatecznie mamy:

$$h = \frac{1}{2}\sqrt{-x^2 + 4x + 12}$$

Czyli:

$$P(x) = \frac{(x+2) \times \sqrt{-x^2 + 4x + 12}}{4}$$

Musimy jeszcze ustalić dziedzinę. x ma być dłuższą podstawą, więc $x > 2$. Wysokość musi być większa od 0, musimy mieć $-x^2 + 4x + 12 > 0$, co daje $x \in (-2, 6)$. Ostatecznie dziedziną jest $x \in (2, 6)$. Ten wynik zgadza się z naszymi intuicjami (dłuższa podstawa musi być krótsza od 6, by dało się skonstruować zadany trapez).

Zadanie 2

Szukamy maksimum funkcji:

$$P(x) = \frac{(x+2) \times \sqrt{-x^2 + 4x + 12}}{4}$$

dla $x \in (2, 6)$

Zadanie 2

Wprowadźmy zmienne pod pierwiastek, otrzymamy:

$$P(x) = \frac{1}{4}\sqrt{(x+2)^2(-x^2+4x+12)} = \frac{1}{4}\sqrt{(x^2+4x+4)(-x^2+4x+12)}$$

Zadanie 2

Wprowadźmy zmienne pod pierwiastek, otrzymamy:

$$P(x) = \frac{1}{4}\sqrt{(x+2)^2(-x^2+4x+12)} = \frac{1}{4}\sqrt{(x^2+4x+4)(-x^2+4x+12)}$$

Teraz wprowadzimy funkcję pomocniczą:

$$f(x) = (x^2+4x+4)(-x^2+4x+12)$$

Zadanie 2

Wprowadźmy zmienne pod pierwiastek, otrzymamy:

$$P(x) = \frac{1}{4}\sqrt{(x+2)^2(-x^2+4x+12)} = \frac{1}{4}\sqrt{(x^2+4x+4)(-x^2+4x+12)}$$

Teraz wprowadzimy funkcję pomocniczą:

$$f(x) = (x^2+4x+4)(-x^2+4x+12)$$

Zaznaczamy, że maksimum funkcji $f(x)$ będzie zarazem maksimum funkcji $P(x)$.

Zadanie 2

Szukamy maksimum funkcji:

$$f(x) = (x^2 + 4x + 4)(-x^2 + 4x + 12)$$

dla $x \in (2, 6)$

Zadanie 2

Szukamy maksimum funkcji:

$$f(x) = (x^2 + 4x + 4)(-x^2 + 4x + 12)$$

dla $x \in (2, 6)$

Obliczymy pochodną i jej miejsca zerowe oraz znak.

Zadanie 2

Szukamy maksimum funkcji:

$$f(x) = (x^2 + 4x + 4)(-x^2 + 4x + 12)$$

dla $x \in (2, 6)$

Obliczymy pochodną i jej miejsca zerowe oraz znak. Możemy wymnożyć wszystko albo zastosować wzór na pochodną iloczynu.

Zadanie 2

Szukamy maksimum funkcji:

$$f(x) = (x^2 + 4x + 4)(-x^2 + 4x + 12)$$

dla $x \in (2, 6)$

Obliczymy pochodną i jej miejsca zerowe oraz znak. Możemy wymnożyć wszystko albo zastosować wzór na pochodną iloczynu. Zrobimy to drugie:

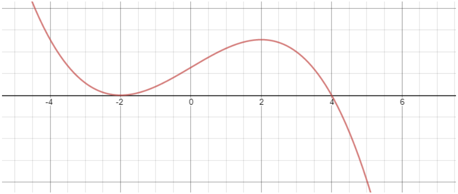
$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x+4)(-x^2+4x+12) + (x^2+4x+4)(-2x+4) = \\ &= 2(x+2)(6-x)(2+x) - 2(x+2)^2(x-2) = \\ &= 2(x+2)^2(8-2x) = 4(x+2)^2(4-x) \end{aligned}$$

Zadanie 2

Narysujemy wykres pochodnej:

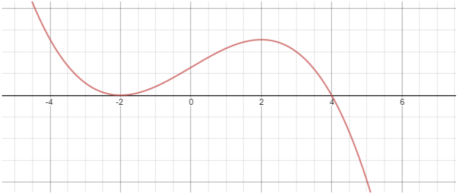
Zadanie 2

Narysujemy wykres pochodnej:



Zadanie 2

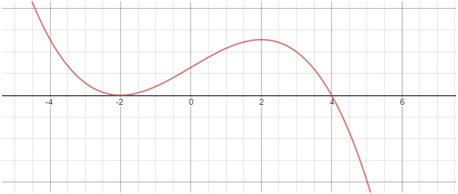
Narysujemy wykres pochodnej:



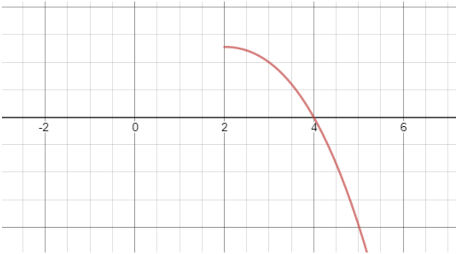
Ponieważ $x \in (2, 6)$, to nas interesuje tylko:

Zadanie 2

Narysujemy wykres pochodnej:



Ponieważ $x \in (2, 6)$, to nas interesuje tylko:



Zadanie 2

Dla $x \in (2, 4)$ pochodna jest dodatnia, więc funkcja jest rosnąca,

Zadanie 2

Dla $x \in (2, 4)$ pochodna jest dodatnia, więc funkcja jest rosnąca, dla $x \in (4, 6)$ pochodna jest ujemna, czyli funkcja malejąca.

Zadanie 2

Dla $x \in (2, 4)$ pochodna jest dodatnia, więc funkcja jest rosnąca, dla $x \in (4, 6)$ pochodna jest ujemna, czyli funkcja malejąca. W związku z tym dla $x = 4$ mamy maksimum.

Zadanie 2

Dla $x \in (2,4)$ pochodna jest dodatnia, więc funkcja jest rosnąca, dla $x \in (4,6)$ pochodna jest ujemna, czyli funkcja malejąca. W związku z tym dla $x = 4$ mamy maksimum. Będzie to maksimum globalne.

Zadanie 2

Dla $x \in (2, 4)$ pochodna jest dodatnia, więc funkcja jest rosnąca, dla $x \in (4, 6)$ pochodna jest ujemna, czyli funkcja malejąca. W związku z tym dla $x = 4$ mamy maksimum. Będzie to maksimum globalne.

Musimy jeszcze obliczyć pole.

Zadanie 2

Dla $x \in (2, 4)$ pochodna jest dodatnia, więc funkcja jest rosnąca, dla $x \in (4, 6)$ pochodna jest ujemna, czyli funkcja malejąca. W związku z tym dla $x = 4$ mamy maksimum. Będzie to maksimum globalne.

Musimy jeszcze obliczyć pole.

$$P(x) = \frac{(x+2) \times \sqrt{-x^2 + 4x + 12}}{4}$$

Zadanie 2

Dla $x \in (2, 4)$ pochodna jest dodatnia, więc funkcja jest rosnąca, dla $x \in (4, 6)$ pochodna jest ujemna, czyli funkcja malejąca. W związku z tym dla $x = 4$ mamy maksimum. Będzie to maksimum globalne.

Musimy jeszcze obliczyć pole.

$$P(x) = \frac{(x+2) \times \sqrt{-x^2 + 4x + 12}}{4}$$

Czyli:

$$P(4) = \frac{6 \times \sqrt{-16 + 16 + 12}}{4} = 3\sqrt{3}$$

Zadanie 2

Dla $x \in (2, 4)$ pochodna jest dodatnia, więc funkcja jest rosnąca, dla $x \in (4, 6)$ pochodna jest ujemna, czyli funkcja malejąca. W związku z tym dla $x = 4$ mamy maksimum. Będzie to maksimum globalne.

Musimy jeszcze obliczyć pole.

$$P(x) = \frac{(x+2) \times \sqrt{-x^2 + 4x + 12}}{4}$$

Czyli:

$$P(4) = \frac{6 \times \sqrt{-16 + 16 + 12}}{4} = 3\sqrt{3}$$

Dłuższa podstawa będzie miała długość $4cm$, a pole wyniesie $3\sqrt{3}cm^2$.

Zadanie 3

Dana jest funkcja $f(x) = 6x + x^2 - x^3$. Niech A będzie punktem na części wykresu funkcji f znajdującej się w I ćwiartce układu współrzędnych. Niech B będzie rzutem prostokątnym punktu A na oś X. Oblicz współrzędną x punktu A, dla którego pole trójkąta OAB, gdzie O jest środkiem układu współrzędnych, jest największe.

Zadanie 3

Najpierw narysujmy wykres funkcji $f(x)$,

Zadanie 3

Najpierw narysujmy wykres funkcji $f(x)$, w tym celu rozłożymy jej wzór na czynniki:

$$f(x) = x(6 + x - x^2) = x(2 + x)(3 - x)$$

Zadanie 3

Najpierw narysujmy wykres funkcji $f(x)$, w tym celu rozłożymy jej wzór na czynniki:

$$f(x) = x(6 + x - x^2) = x(2 + x)(3 - x)$$

Czyli miejsca zerowe dla $x = 0$, $x = -2$ oraz $x = 3$.

Zadanie 3

Najpierw narysujmy wykres funkcji $f(x)$, w tym celu rozłożymy jej wzór na czynniki:

$$f(x) = x(6 + x - x^2) = x(2 + x)(3 - x)$$

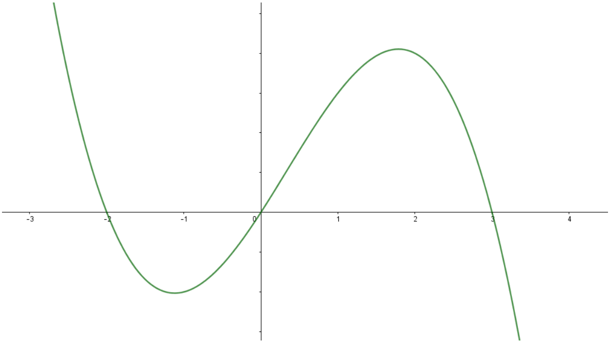
Czyli miejsca zerowe dla $x = 0$, $x = -2$ oraz $x = 3$. Rysowanie zaczynamy od prawej strony, od dołu:

Zadanie 3

Najpierw narysujmy wykres funkcji $f(x)$, w tym celu rozłożymy jej wzór na czynniki:

$$f(x) = x(6 + x - x^2) = x(2 + x)(3 - x)$$

Czyli miejsca zerowe dla $x = 0$, $x = -2$ oraz $x = 3$. Rysowanie zaczynamy od prawej strony, od dołu:

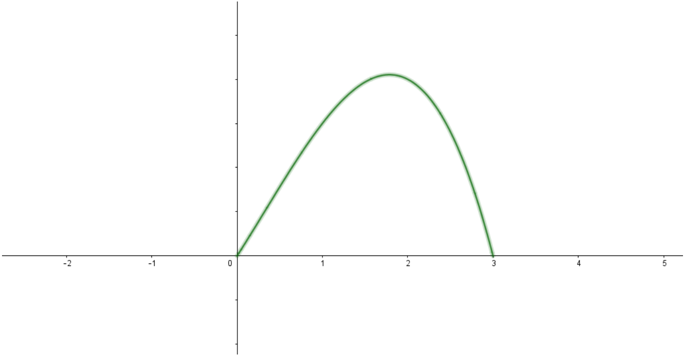


Zadanie 3

Nas interesuje tylko pierwsza ćwiartka, czyli:

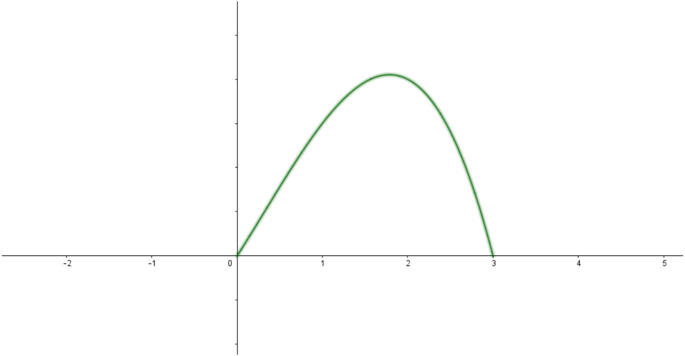
Zadanie 3

Nas interesuje tylko pierwsza ćwiartka, czyli:



Zadanie 3

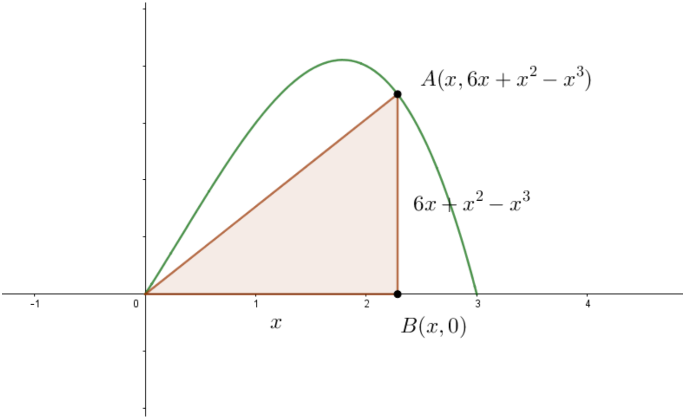
Nas interesuje tylko pierwsza ćwiartka, czyli:



dodajmy punkty A i B i oznaczmy trójkąt OAB wraz z jego bokami.

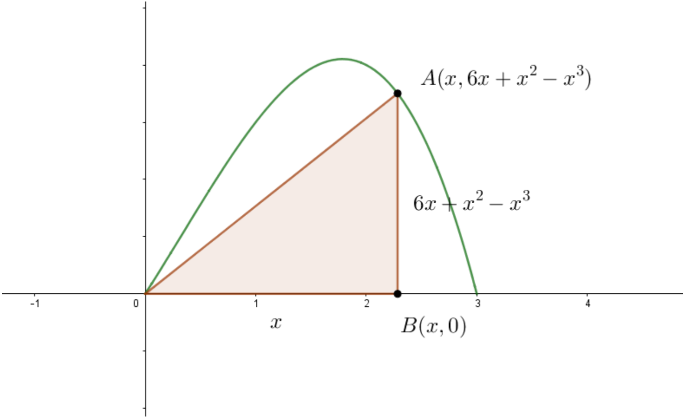
Zadanie 3

Otrzymujemy następujący rysunek:



Zadanie 3

Otrzymujemy następujący rysunek:



Podstawa ma długość x, wysokość ma długość $6x + x^2 - x^3$.

Zadanie 3

Pole trójkąta

$$P(x) = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}x(6x + x^2 - x^3) = 3x^2 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^4$$

Zadanie 3

Pole trójkąta

$$P(x) = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}x(6x + x^2 - x^3) = 3x^2 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^4$$

Dziedzina: oczywiście a i h muszą być dodatnie, to daje $x \in (0, 3)$.

Zadanie 3

Szukamy maksimum funkcji:

$$P(x) = 3x^2 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^4$$

dla $x \in (0, 3)$.

Zadanie 3

Obliczymy pochodną, jej miejsca zerowe i ustalimy znak.

Zadanie 3

Obliczymy pochodną, jej miejsca zerowe i ustalimy znak.

$$P(x) = 6x + \frac{3}{2}x^2 - 2x^3 = \frac{1}{2}x(12 + 3x - 4x^2)$$

Zadanie 3

Obliczymy pochodną, jej miejsca zerowe i ustalimy znak.

$$P(x) = 6x + \frac{3}{2}x^2 - 2x^3 = \frac{1}{2}x(12 + 3x - 4x^2)$$

Musimy znaleźć miejsca zerowe, jedno to oczywiście $x = 0$, niestety dalej trzeba użyć Δ.

Zadanie 3

Obliczymy pochodną, jej miejsca zerowe i ustalimy znak.

$$P(x) = 6x + \frac{3}{2}x^2 - 2x^3 = \frac{1}{2}x(12 + 3x - 4x^2)$$

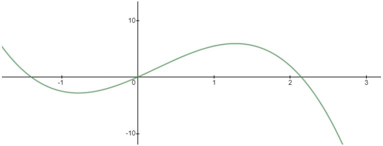
Musimy znaleźć miejsca zerowe, jedno to oczywiście $x = 0$, niestety dalej trzeba użyć Δ. Pozostałe dwa miejsca zerowe to $x = \frac{3 \pm \sqrt{201}}{8}$

Zadanie 3

Możemy naszkicować wykres pochodnej:

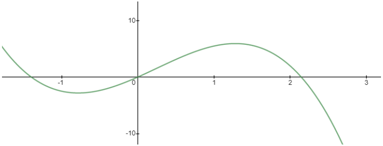
Zadanie 3

Możemy naszkicować wykres pochodnej:



Zadanie 3

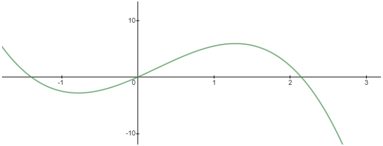
Możemy naszkicować wykres pochodnej:



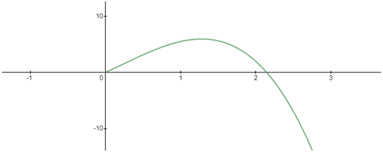
Nas interesuje tylko część dla $x \in (0, 3)$, czyli:

Zadanie 3

Możemy naszkicować wykres pochodnej:



Nas interesuje tylko część dla $x \in (0, 3)$, czyli:



Zadanie 3

Dla $x \in \left(0, \frac{3+\sqrt{201}}{8}\right)$ pochodna jest dodatnia, czyli funkcja rośnie, dla $x \in \left(\frac{3-\sqrt{201}}{8}, 3\right)$ pochodna jest ujemna, czyli funkcja maleje.

Zadanie 3

Dla $x \in \left(0, \frac{3+\sqrt{201}}{8}\right)$ pochodna jest dodatnia, czyli funkcja rośnie, dla $x \in \left(\frac{3-\sqrt{201}}{8}, 3\right)$ pochodna jest ujemna, czyli funkcja maleje. Dla $x = \frac{3+\sqrt{201}}{8}$ mamy więc maksimum, które będzie maksimum globalnym.

Zadanie 3

Dla $x \in \left(0, \frac{3+\sqrt{201}}{8}\right)$ pochodna jest dodatnia, czyli funkcja rośnie, dla $x \in \left(\frac{3-\sqrt{201}}{8}, 3\right)$ pochodna jest ujemna, czyli funkcja maleje. Dla $x = \frac{3+\sqrt{201}}{8}$ mamy więc maksimum, które będzie maksimum globalnym.

Współrzędną x punktu A będzie $x = \frac{3+\sqrt{201}}{8}$.