5.52. Wyznacz najmniejszą wartość (jeśli istnieje) funkcji $f(x)=x^2+\frac{2}{x}$, określonej w przedziale $(0,10)$.

5.53. Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x)=x^3+x^2-5x+7$ określonej w przedziale $(-2,3)$.

5.54. Rozpatrujemy odcinki równoległe do osi *OY*, których jeden koniec leży na wykresie funkcji $f(x)=\frac{-3}{x}$, gdzie $x<0$, a drugi koniec leży na wykresie funkcji $g(x)=x^3$, gdzie $x\in \boldsymbol{R}$. Oblicz długość najkrótszego takiego odcinka

5.55. Powierzchnia całkowita prostopadłościanu o podstawie kwadratowej jest równa 300cm^2. Wyznacz największą z możliwych objętość tego prostopadłościanu.

5.56. Rozpatrujemy wszystkie stożki, których przekrój osiowy jest trójkątem o obwodzie 20. Wyznacz promień podstawy tego stożka, którego objętość jest największa.

■ **5.57.** Puszka w kształcie walca ma objętość równą 1 dm³. Wykaż, że jeśli pole powierzchni całkowitej tej puszki jest najmniejsze z możliwych, to promień podstawy tego walca jest większy od 5 cm i mniejszy od 7 cm.

5.58. Koszt $K(x)$ (w złotych) zorganizowania balu dla x par opisuje funkcja: $K(x)=2x^2+\frac{32000}{x}$, gdzie $x\in\{10,11,12,...,100\}$.

a) Dla jakiej liczby par koszt zorganizowania balu jest najmniejszy? Jaki jest wówczas średni koszt przypadający na jedną parę?

b) Dla jakiej liczby par średni koszt zorganizowania balu przypadający na jedną parę jest najmniejszy? Jaki to koszt? Ile wtedy wynosi całkowity koszt zorganizowania tego balu?

5.59. Dane jest półkole o średnicy *d*. Łączymy środek średnicy z końcami dowolnej cięciwy równoległej do średnicy i otrzymujemy trójkąt równoramienny. Zbadaj, który z tak otrzymanych trójkątów ma największe pole. Wyznacz to pole.

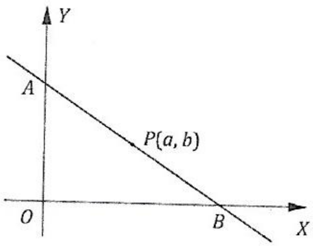
5.60. Zbadaj, który z trójkątów prostokątnych o przeciwprostokątnej *c* ma największe pole. Wyznacz to pole.

5.61. Dany jest okrąg o promieniu *r*. Na tym okręgu opisujemy trójkąty prostokątne. Wyznacz długości boków trójkąta o najkrótszej przeciwprostokątnej.

5.62. Na okręgu o danym promieniu *R* opisujemy trapezy równoramienne. Wyznacz trapez o najmniejszym polu.

■ **5.63.** W układzie współrzędnych dany jest punkt $P(a,b)$, gdzie $a>0$ i $b>0$. Przez punkt *P* poprowadzono prostą, która przecięła dodatnie półosie układu współrzędnych w punktach *A* i *B* (zobacz rysunek obok).

Wykaż, że pole trójkąta *AOB* jest najmniejsze wtedy, gdy punkt *P* jest środkiem odcinka *AB*. Oblicz to najmniejsze pole.



5.64. Na ścianie wysokiego budynku wisi prostokątna reklama, której wysokość jest równa *a*. Dolna krawędź reklamy znajduje się na wysokości *b* od poziomu oczu oglądającego. W jakiej odległości od ściany powinien stanąć oglądający reklamy, aby widzieć ją jak najlepiej?